

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА  
К ЕГЭ**

**ЕГЭ**

**2022**

**В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина**

**МАТЕМАТИКА**

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ  
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

- **Задания базового и профильного уровней сложности**
- **Ответы ко всем заданиям**
- **Решения сложных заданий**

**НОВЫЕ  
ТИПЫ  
ЗАДАНИЙ**



**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА  
К ЕГЭ**

**ЕГЭ**

**2022**

**В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина**

**МАТЕМАТИКА**

---

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ  
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**



## Об авторах

*В. В. Кочагин* — кандидат педагогических наук, учитель математики ГБОУ  
«Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

*М. Н. Кочагина* — кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики  
и методики преподавания математики ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

### **Кочагин, Вадим Витальевич.**

ЕГЭ 2022. Математика : тематические тренировочные задания / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2021. — 208 с. — (ЕГЭ. Тематические тренировочные задания).

В пособии содержатся тренировочные задания по математике в форме ЕГЭ, сгруппированные по темам в порядке их изучения в 10–11-х классах старшей школы. К каждой учебной теме даются задания базового и профильного уровней сложности. После каждой темы представлены проверочные обобщающие тесты, соответствующие ЕГЭ. В конце книги – ответы ко всем заданиям, в том числе решения сложных заданий.

Издание предназначено для подготовки учащихся к ЕГЭ по математике. Книга будет полезна учителям математики, так как даёт возможность эффективно организовать подготовку учащихся к ЕГЭ непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем.

Справочное издание  
анықтамалық баспа

ЕГЭ. ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

**Кочагин Вадим Витальевич, Кочагина Мария Николаевна**

**ЕГЭ 2022. МАТЕМАТИКА**

**Тематические тренировочные задания**

(орыс тілінде)

Ответственный редактор *А. Жилинская*. Ведущий редактор *Т. Судакова*. Выпускающий редактор *Ю. Голубева*. Художественный редактор *А. Кашлев*.  
Технический редактор *Л. Зотова*. Компьютерная вёрстка *Е. Киселёвой*. Корректор *О. Ковальчук*

Страна происхождения: Российская Федерация  
Шығарылған елі: Ресей Федерациясы

## ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11 классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 базового и профильного уровней, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям части 2 даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11 классах решать задания из этого пособия параллельно с темой, изучаемой на школьных уроках математики, а в конце 11 класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11 классов. С учебниками А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова и др., А.Н. Колмогорова — в полном объёме. С учебниками других авторов (Н.Я. Виленкина, М.И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся ещё незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как даёт возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому государственному экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

- включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11 классов вместе со стандартными упражнениями учебника;
- использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11 класса;
- контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **части 1** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5 по 11 класс.

Задания **части 2** требуют развёрнутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11 классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

# І. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)

## 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ<sup>1</sup>:* соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

**1** Найдите значение выражения  $3\sin^2\alpha + 10 + 3\cos^2\alpha$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Найдите значение выражения  $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Упростите выражение  $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Вычислите:  $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$  при  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

<sup>1</sup> КИМ — контрольные измерительные материалы ЕГЭ.

**7** Дано:  $\cos\beta = 0,8$  и  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**8** Дано:  $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$  и  $180^\circ < \beta < 270^\circ$ . Найдите:  $\cos\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**9** Дано:  $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$ . Найдите:  $\cos 2\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**10** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin(\alpha - \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**11** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\cos(\alpha + \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\sin\beta = 0,11$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения  $\sin(180^\circ - \beta)$ , если  $\sin\beta = -0,24$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**14** Найдите значение выражения  $\sin(270^\circ - \beta)$ , если  $\cos\beta = -0,41$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## Профильный уровень

15 Найдите значение выражения  $\cos(\beta - 270^\circ)$ , если  $\sin\beta = 0,59$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

16 Найдите значение выражения  $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Найдите значение выражения  $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$  если  $\sin\alpha = 0,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$ ,

если  $\operatorname{ctg}\alpha = 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$ ,

если  $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Найдите значение выражения  $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$ , если  $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Найдите значение выражения  $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$ , если  $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Найдите значение выражения  $\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3}$ ,

если  $\alpha - \beta = 150^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Найдите значение выражения

$$\left( \frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)} \right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если  $\alpha + \beta = 120^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**24** Упростите выражение  $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**25** Упростите выражение  $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**26** Упростите выражение  $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} + \cos\alpha - \sin\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**27** Упростите выражение  $19 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**28** Упростите выражение  $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4\alpha - 16\sin^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**29** Упростите выражение  $\frac{1 - 2\sin^2\alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**30** Вычислите:  $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,6$ ;  $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**31** Вычислите:  $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,8$ ;  $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.



32 Вычислите:  $16\operatorname{ctg}110^\circ\sin105^\circ\operatorname{tg}70^\circ\cos105^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

33 Вычислите:  $12\operatorname{ctg}140^\circ\sin75^\circ\operatorname{tg}40^\circ\cos75^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

34 Вычислите:  $\frac{1-2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

35 Вычислите:  $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

36 Вычислите:  $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

37 Найдите значение выражения  $8\cos 2\beta$ , если  $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

38 Найдите значение выражения  $\cos 2\beta$ , если  $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39 Вычислите:  $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $16\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sin 54^\circ\sin 18^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

42 Найдите значение выражения  $27\sin\alpha\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

43 Найдите значение выражения  $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$ , если  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 Вычислите:  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Вычислите:  $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$ , если  $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Упростите:  $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 1.2. Тригонометрические функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, чётность, нечётность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

5 Какое число из промежутка  $(2; 3)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Какое число из промежутка  $(1,4; 2,7)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите наибольшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 Сколько целых чисел входит в множество значений функции  $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$ ?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции  
$$y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x?$$
  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 - \cos x$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 - \sin(2x)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18 Найдите наименьшее значение функции  $y = 1 + 2\cos(3x)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 - 4\sin(5x)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin 11^\circ$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 97^\circ$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\sin 31^\circ$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\operatorname{tg} 46^\circ$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

24 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3\sin(2x) + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

25 Найдите наибольшее целое значение функции  $y = 6\cos x \operatorname{tg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

26 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\sin(3x) - 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

27 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = 14\sin x \operatorname{ctg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

28 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x \cos x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

29 Найдите наименьшее значение функции  $y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

30 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

31 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

32 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

33 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = \sin 2x$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

34 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  
 $y = 2\sin 2x + \sin x + 1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции

$$y = \cos 2x + \cos x - 1?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

36 Найдите множество значений функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = 1,01$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = -1,02$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 Вычислите:  $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Вычислите:  $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

43 При каких значениях  $a$  функция  $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$  будет чётной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 44 При каких значениях  $a$  функция  $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$  будет нечётной?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = \sin x$ . Сравните  $f(f(0))$  и  $g(g(0))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = 2x$ . Найдите  $f(g(0))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Пусть  $f(x) = \sin x$ . Найдите  $f(f(f(0)))$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Пусть  $f(x) = \cos x$ . Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200; 200]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Пусть  $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$ . Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200\pi; 200\pi]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Расположите в порядке возрастания:  $\sin 2000^\circ$ ,  $\cos 2000^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 2000^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 2000^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 51 Расположите в порядке убывания:  $\sin 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\operatorname{ctg} 3$ ,  $\operatorname{tg} 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 52 Найдите множество значений функции  $y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 53 Найдите множество значений функции  $y = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}(\cos 200x - \sin 200x)}}{2}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

### 1.3. Тригонометрические уравнения

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* общая формула решения уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ ; приёмы решения тригонометрических уравнений: разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков, использование нескольких приёмов при решении тригонометрических уравнений; системы, содержащие одно или два тригонометрических уравнения; уравнения с параметром; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–52 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Укажите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 6 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\cos(2x) = 0,5$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(4x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

#### Профильный уровень

6 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos(2x)\cos x - \sin(2x) \times \sin x = 1$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 7 Укажите число корней уравнения  $\sin 200x \cos 199x - \cos 200x \sin 199x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 4\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 8 Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Укажите ближайший к 0 корень уравнения  $2\sin x + 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{2}$  корень уравнения  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Укажите ближайший к  $\pi$  корень уравнения  $\sin x = \frac{-3}{2\sqrt{3}}$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 Укажите число корней уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , которые лежат в промежутке  $[0; 3\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 Укажите количество корней уравнения  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , которые лежат в промежутке  $[-\pi; 2\pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16** Укажите число корней уравнения  $\sin x = \frac{1}{3}$  на промежутке  $[\pi; 2\pi]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17** Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg} x = 2$  на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18** Укажите ближайший к  $\frac{\pi}{6}$  корень уравнения  $\cos(4x) = 1$ . Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19** Найдите сумму корней уравнения  $\cos(x + 2000\pi) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\operatorname{tg}(2x - 10^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .  
 Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21** Решите уравнение  $\cos(\pi x) = 1$ . В ответе укажите произведение корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22** Решите уравнение  $\sin(\pi x) = 1$ . В ответе укажите сумму корней уравнения, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$ .  
 Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ . Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Определите число корней уравнения  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$  из промежутка  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Сколько корней имеет уравнение  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Сколько корней имеет уравнение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos 2x = 2$  на отрезке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi x)(\cos x - 2) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Укажите корень уравнения  $\cos(\pi x)(\sin(2x) + \sqrt{2}) = 0$ , принадлежащий промежутку  $[2; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Укажите корень уравнения  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащий промежутку

$(0; \pi)$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\cos x + \cos(2x) = 2$ .  
Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $2\cos^2(\pi - x) + 5\sin x - 4 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\cos(2x) + 5\cos(-x) + 3 = 0.$$

Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Найдите сумму корней уравнения  $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Укажите число корней уравнения  $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** Укажите наименьший положительный корень уравнения  $3\cos x + \sin(-2x) = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\sin(2x) = x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** С помощью графиков укажите число корней уравнения  $\cos x = 10x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Укажите число корней уравнения  $\frac{\sin x - \frac{1}{2}}{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$ , принадлежащих промежутку  $[-2\pi; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Укажите число корней уравнения  $6\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 2$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Укажите число корней уравнения  $\operatorname{tg}(3x) = \operatorname{tg}x$  из промежутка  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 43 Решите уравнение  $4\cos x = x^2 + 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 44 Решите уравнение  $\sin\left(\frac{37\pi}{2} + x\right) = 3x^2 + 1$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:  $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{\sin x} = 0$ .  
 Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Найдите сумму различных корней уравнения  $\cos x \cos(5x) = \cos(6x)$ , принадлежащих промежутку  $[0; \pi]$ . Ответ запишите в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x - \cos y = -\sqrt{2}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $y \in [0; 360^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $x \in [0; 360^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Решите систему уравнений  $\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = -0,5. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $x \in [-45^\circ; 0^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Решите систему уравнений  $\begin{cases} \cos x \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$  В ответе запишите значение  $y \in [-60^\circ; 0^\circ]$  в градусах.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Укажите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $\sin x = \frac{a^2}{2} - 4$  имеет хотя бы одно решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Укажите наименьшее натуральное значение  $a$ , при котором уравнение  $\cos x = \frac{a^2}{2}$  не имеет решений.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

53 Укажите число корней уравнения  $\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2x)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Найдите сумму корней уравнения  $\sin(2\pi x) + 6\cos(\pi x) = 3 + \sin(\pi x)$ , принадлежащих промежутку  $[-20; 20]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

56 Найдите сумму корней уравнения  $\cos(2\pi x) - 3\sin(\pi x) + 1 = 0$ , принадлежащих промежутку  $[0; 20]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

57 Решите уравнение  $\cos(2x) + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

58 Решите уравнение  $\cos(2x) - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

59 Решите уравнение  $\cos\left(x + \frac{41\pi}{4}\right) + \sin(2x) = -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

60 Решите уравнение  $2\cos^2(2x) - \sin(3x) = 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

61 Решите уравнение  $\sin^2 x + 0,25\sin^2(2x) - \sin x \cdot \sin^2(2x) = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

62 Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y - 2\sin x = 0, \\ (4\sqrt{\sin x - 1})(3y + 7) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

63 Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (4\sqrt{\cos x - 1})(2y - 1) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

64 Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y + \operatorname{tg} x = 0, \\ (3 \operatorname{tg} x - 1)(2\sqrt{y} - 1) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

65 Укажите наименьшее значение  $b$ , при котором уравнение  $\cos 2x - (3 + 2b)\cos x + 6b = 0$  имеет хотя бы один корень.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

66 Укажите наименьшее значение  $b$ , при котором уравнение  $\cos 4x - (3 + 2b)\cos 2x + 6b = 0$  имеет хотя бы один корень.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

67 При каких значениях параметра уравнение  $\cos 2x - \cos x + a = 0$  имеет хотя бы одно решение?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

68 Найдите наименьшее натуральное значение  $a$ , при котором уравнение  $\sin^4 x - 6\sin^2 x + a = 0$  не имеет решений.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

69 Решите уравнение  $x^2 + y^2 + \cos 2x = 2xy$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

70 Решите уравнение  $\frac{42x^2 + \pi x - \pi^2}{\sqrt{\sin x + 1}} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

71 Решите уравнение  $\frac{\sqrt{\sin x - 1}}{2\pi x - \pi^2} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

72 Решите уравнение  $\frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

73 Решите уравнение  $\frac{3\cos x + \cos 2x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

74 Решите уравнение  $\frac{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}}{3\cos x + \cos 2x - 1} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

75 Решите уравнение  $\frac{12\operatorname{ctg} x - 5}{13\sin x - 12} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

76 Решите уравнение  $\frac{13\sin x - 12}{12\operatorname{ctg} x - 5} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.



# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

## Вариант 1

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Дано:  $\cos \alpha = -0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Найдите  $\sin \alpha$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Какое число из промежутка  $(0; 1,4)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 61^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Укажите наибольший отрицательный корень уравнения  $2\cos(\pi - x) - \sqrt{3} = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$ , если  $\operatorname{ctg} x = 15$ ,  $\operatorname{ctg} y = -13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{15}{\sin x - 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Укажите число корней уравнения  $\frac{\sin x}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Укажите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $(a - 2)\sin x = a^2 - 4$  имеет хотя бы одно решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- 10 Укажите корни уравнения  $0,5\sin(2x)\operatorname{ctg}x - \cos x = \sin^2 x$ , принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Вариант 2

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Дано:  $\sin\beta = 0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ . Найдите  $\cos\beta$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Какое число из промежутка  $(0,4; 1,8)$  не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin(-4^\circ)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Укажите наименьший положительный корень уравнения  $2\sin(\pi + x) - 1 = 0$ . Ответ запишите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$ , если  $\operatorname{tg} x = 19$ ,  $\operatorname{tgy} = -17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{15}{\sin x + 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Сколько корней имеет уравнение  $\frac{\sin x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Укажите наименьшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $(a + 4)\cos x = a^2 - 16$  имеет хотя бы одно решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Укажите число корней уравнения  $0,5\sin(2x)\operatorname{tg} x - \sin x = \cos^2 x$ , принадлежащих промежутку  $[-\pi; \pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 2. АЛГЕБРА

### 2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* понятие корня степени  $n$ , свойства корня степени  $n$ , понятие степени с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–60 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $3 \cdot \sqrt[3]{-4 \frac{17}{27}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Вычислите:  $(-\sqrt[6]{17})^6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Вычислите:  $\left(-3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{9}}\right)^5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Вычислите:  $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите значение выражения:  $5^{2x-1} \cdot 5^{-4x}$  при  $x = -0,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{-20 \cdot 25 \cdot 128}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{121} \cdot \sqrt[3]{-11}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{16}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13 Вычислите:  $\sqrt{\sqrt{104}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{104}+2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

14 Найдите значение выражения:  $\frac{1}{7-\sqrt{39}} + \frac{1}{7+\sqrt{39}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

15 Вычислите:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

16 Вычислите:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 5^{-3} : 5^{-4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Вычислите:  $(1+2^{0,5})^2 - 2^{1,5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Вычислите:  $\frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Представьте выражение  $x \cdot \sqrt[4]{x}$  в виде степени с рациональным показателем. В ответе укажите показатель степени.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**20** Представьте выражение  $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}$  в виде степени с рациональным показателем.

В ответе укажите показатель степени.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

**21** Представьте в виде степени с рациональным показателем  $\frac{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}{(\sqrt[10]{x})^2}$ . В ответе укажите показатель степени.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**22** Вычислите:  $(7\sqrt{6\sqrt{6}} + \sqrt[4]{216})^{\frac{4}{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Вычислите:  $(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}})^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**24** Упростите выражение  $\frac{6 - 4\sqrt{3}}{(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{27})^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Упростите выражение  $((\sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{2})^2 + 3) \cdot ((\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2})^2 - 3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Вычислите:  $\frac{7\sqrt{30}}{3\sqrt{10} - 10\sqrt{3}} + \sqrt{3} + \sqrt{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Вычислите:  $64^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{324}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Найдите значение выражения  $27 \cdot 36^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{256} \cdot \sqrt[5]{-27}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-0,4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{(8-\sqrt{63})^2}}{\sqrt[3]{8+\sqrt{63}}} + \sqrt{63}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{(6-\sqrt{35})^2}}{\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}} + \sqrt{35}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Вычислите:  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Упростите до целого числа выражение  $\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Выражение  $\sqrt{7-\sqrt{24}} - \sqrt{7+\sqrt{24}}$  является целым числом. Найдите его.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Выражение  $\sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt{2}$  является целым числом. Найдите его.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Упростите выражение  $54^{\frac{1}{3}} + 48^{\frac{1}{4}} - \sqrt[4]{243} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 Упростите выражение  $40^{\frac{1}{3}} + 162^{\frac{1}{4}} - 3 \cdot \sqrt[4]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 Вычислите значение выражения:  $\frac{\sqrt[3]{243} \cdot \sqrt[5]{16}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{-0,6}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 Упростите выражение  $\frac{8 - 27^n}{4 + 2 \cdot 3^n + 9^n} + 3^n$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Упростите выражение  $\frac{8^m + 27}{4^m - 3 \cdot 2^m + 9} - 2^m$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Найдите значение выражения  $\left( \frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + 1} \right)^2 - 1 + 2x^{-\frac{1}{3}}$  при  $x = 0,008$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Упростите выражение  $\frac{\sqrt{a} - 16\sqrt{b}}{\left(a^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{8}}\right)^2 + \left(a^{\frac{1}{8}} - 2b^{\frac{1}{8}}\right)^2}$  и найдите его значение

при  $a = \frac{1}{16}$   $b = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

43 Найдите значение выражения  $\left(a^{-\frac{1}{5}} - a^{\frac{4}{5}}\right)\left(a^{\frac{1}{5}} - a^{-\frac{4}{5}}\right)$  при  $a = 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 Упростите выражение  $\frac{9x - y}{3x + x^{0,5}y^{0,5}}$  и найдите его значение при  $x = 100$  и  $y = 576$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



45 Упростите выражение  $\frac{4x-y}{2x+x^{0,5}y^{0,5}}$  и найдите его значение при  $x = 324$  и  $y = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Упростите выражение  $\frac{\sqrt{a}+5\cdot\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}+5\sqrt{b}}$  и найдите его значение при  $\frac{a}{b} = \frac{81}{256}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Упростите выражение  $\frac{3(\sqrt{a}-3\sqrt[4]{ab})}{\sqrt[4]{ab}-3\sqrt{b}}$ , если  $\frac{a}{b} = 7\frac{58}{81}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Упростите выражение  $\left(\frac{a^{\frac{5}{6}}-a^{\frac{1}{3}}}{a-1}\right)^{-1} - a^{\frac{1}{6}}$  и найдите его значение при  $a = 64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Упростите выражение  $\left(\frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}}{1-a^2}\right)^{-1} - a^{\frac{2}{3}}$  и найдите его значение при  $a = 0,001$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

50 Найдите значение выражения  $\frac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}}-x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}+1}{x^{\frac{1}{4}}-1}$  при  $y = 39\frac{1}{16}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Упростите выражение  $\frac{x+8y}{x^{\frac{5}{3}}-2x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}}+4xy^{\frac{2}{3}}}$  и найдите его значение при  $x = 8$ ,  $y = 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Упростите выражение  $\frac{9xy^{\frac{2}{3}}+3x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{5}{3}}}{27y-x}$  и найдите его значение при  $x = 8$ ,  $y = 64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Упростите выражение  $\frac{4 \cdot \sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Упростите выражение  $\frac{9 \cdot \sqrt[3]{8m} - 3 \cdot \sqrt[6]{8m}}{2 - 6 \cdot \sqrt[6]{8m}} : \sqrt[6]{8m}$  и найдите его значение при

$m = 2000$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Упростите выражение  $\left( \frac{3x^{\frac{1}{2}}}{3-x^{\frac{1}{2}}} + 3 \right) \left( 9 - 6x^{\frac{1}{2}} + x \right)$  и найдите его значение при

$x = 169$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

56 Упростите выражение  $7 \cdot \left( \frac{a-16b}{\sqrt{a}-4\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}-64b\sqrt{b}}{a-16b} \right)$  и найдите его значение при

$a = 4$  и  $b = 0,04$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

57 Найдите значение выражения  $\left( (x^{0,5} + 2)^2 - 4(x^{0,5} + 2) + 4 \right)^2$  при  $x = \sqrt{2000}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

58 Найдите значение выражения  $\left( \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^3 + 3 \cdot \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right)^2 + 3 \cdot \left( x^{\frac{1}{3}} - 1 \right) + 1 \right)$  при  $x = 200$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

59 Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$  при  $x < -200$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

60 Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(2x-1)^4} - \sqrt[4]{(2x+1)^4}$  при  $x > 200$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**61** Найдите значение выражения  $\sqrt{19-a} + \sqrt{10-a}$ , если  $\sqrt{19-a} - \sqrt{10-a} = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**62** Найдите значение выражения  $\sqrt{42-a^4} - \sqrt{10-a^4}$ , если  $\sqrt{42-a^4} + \sqrt{10-a^4} = 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**63** Найдите значение выражения  $\sqrt{32-a^4+14a^2}$ , если  $\sqrt{2+a^2} + \sqrt{16-a^2} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**64** Упростите до целого числа выражение  $(2\sqrt{6}-5)^2 - 10\sqrt{49-20\sqrt{6}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**65** Упростите до целого числа выражение  $(4-3\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{34-24\sqrt{2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**66** Упростите до целого числа выражение  $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**67** Упростите до целого числа выражение  $\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} + \sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**68** Значение выражения  $50 \cdot (\sqrt{x-6\sqrt{x-9}} - \sqrt{x+6\sqrt{x-9}})$  при  $x = 9,0169$  является целым числом. Найдите его.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**69** Найдите значение выражения  $\sqrt{x-4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$  при  $x = 2000$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

70 Упростите выражение  $\sqrt[4]{(1-2x+x^2)(x^2-1)(x-1)} \cdot \frac{\sqrt[4]{x+1}}{x^2+2x-3}$  при  $x \in [-1; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

71 Сравните  $\sqrt{2004} + \sqrt{2007}$  и  $\sqrt{2005} + \sqrt{2006}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

72 Верно ли, что число  $\frac{\sqrt{|8\sqrt{3}-14|} - \sqrt{14+8\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$  является целым числом?

Ответ: \_\_\_\_\_.

73 Найдите значение выражения  $a^{\frac{2}{3}} + 4a^{0,5} + 6a^{\frac{1}{3}} + 4a^{\frac{1}{6}} + 1$  при  $a = 729$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 2.2. Иррациональные уравнения

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* приёмы решения иррациональных уравнений — разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков; использование нескольких приёмов при решении иррациональных уравнений; системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения; уравнения с параметром; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–49 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Решите уравнение  $\sqrt{8 - \frac{x}{4}} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите сумму корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2 - 2x} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt[3]{35 - x^2} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Решите уравнение  $\sqrt[4]{x^2-5} = \sqrt[4]{4x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2-5} = \sqrt[3]{4x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt[3]{x^2+4x+6} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Решите уравнение  $x^2 - 6x + \sqrt{x-4} = \sqrt{x-4} - 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $x^2 - 5x + \sqrt{2-x} = 6 + \sqrt{2-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $12x^2 - 5x - 2 = 0 \cdot \sqrt{0,2-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

10 Решите уравнение  $\sqrt{x+16} - x + 4 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Решите уравнение  $\sqrt{3-2x} = 6+x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $(x-7,1)\sqrt{x-19,6} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{17,2-x} = x-17,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

14 Укажите число корней уравнения  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} \cdot \sqrt{x^2-25} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 15 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{4x+2} - x = 0$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 Укажите целое число, ближайшее к корню уравнения  $\sqrt{1-2x} + x = 0$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 Решите уравнение  $\sqrt{x^2-6} = \sqrt{-5x}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18 Укажите число корней уравнения  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} = 4$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19 Решите уравнение  $\sqrt{x^2+3x-4} + \sqrt{x^3+12x^2-11x-2} = 0$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt[3]{(x^2+2)^3} = 3x$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Найдите произведение корней уравнения  $(2x-3) \cdot \sqrt[3]{2x^2-5x+2} = 0$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22 Найдите сумму корней уравнения  $(x+1) \cdot \sqrt{2x^2+5x+2} = 0$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23 Решите уравнение  $\sqrt{x^3-7x+4} = x-2$ . В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24 Решите уравнение  $\sqrt{4x+2} - x = 0$ . В ответе укажите целое число, ближайшее к корню уравнения.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25 Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt{2x^2-2} = 5-x^2$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $\sqrt{13-x^2} = 7-x^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Найдите произведение корней уравнения  $10 \cdot \sqrt[6]{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x} - 3 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Найдите произведение корней уравнения  $4 - 9 \cdot \sqrt[4]{x} + 2 \cdot \sqrt{x} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 3x + 11} - 5 = x^2 - 3x$ . В ответе укажите среднее арифметическое его корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Найдите наименьший корень уравнения  $x^2 + 3 = 1,5(x+4) + \sqrt{2x^2 - 3x + 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Решите уравнение  $\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 1 = 2\sqrt{\frac{x-1}{x}}$ . В ответе укажите число корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2-1}} = 1,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Решите уравнение  $\sqrt[3]{x+2-2x^2} - x = 0$ . В ответе укажите разность между наибольшим и наименьшим корнем.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt[4]{(x+1)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt[4]{(x-2)^4} = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36**Укажите число корней уравнения  $\sqrt{(x^2 - x - 6)^2} = x - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37**Укажите число корней уравнения  $(\sqrt{x^2 - x - 6})^2 = x - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38**Решите уравнение  $(\sqrt{x^2 + 4x})^2 = 9x + 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39**Найдите среднее арифметическое корней уравнения  $\sqrt[3]{(x^2 - x - 6)^3} = x - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40**Решите уравнение  $\sqrt{5x - 4} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41**Решите уравнение  $\sqrt{4x + 5} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42**Укажите число корней уравнения  $\sqrt{x + 17} = 200x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43**Укажите число корней уравнения  $\sqrt[3]{x} = 0,1x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**44**Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = x + 200$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**45**Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = (x - 200)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



46 Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{3}} = -(x-200)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Укажите число корней уравнения  $\sqrt[5]{x} = x^2 + 200$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Укажите число корней уравнения  $\sqrt[7]{x+200} = x^{200}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Укажите число корней уравнения  $x^{\frac{1}{7}} + 200 = x^{200}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

50 Решите уравнение  $\sqrt{3x+7} + \sqrt{x+6} + \sqrt{17x-15} = 13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Решите уравнение  $\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Решите уравнение  $\sqrt{129-x} = 3x-13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Решите уравнение  $\sqrt{x-7} + \sqrt{3-x} = 92$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Решите уравнение  $\sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} - \sqrt{9x+7} + \sqrt{x-2} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Решите уравнение  $\sqrt{9-x^2} + \sqrt{x^2-2x-15} + (x+3)(2000-x) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

56 Решите уравнение  $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

57 Решите уравнение  $x^2 + 4x + 25 + 6(x + \sqrt{x+5}) = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

58 Решите уравнение  $x^2 + 36 + 3(4x + \sqrt{x+6}) = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

59 Решите уравнение  $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = 2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

60 Решите уравнение  $\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

61 Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3, \\ \sqrt{x+y-5} = 11-2x. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

62 Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2, \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

63 Решите уравнение  $\sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{x+15} = 2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

64 Решите уравнение  $\sqrt{x^2 + 4x + 8} = 2 - \sqrt{x^2 - 4}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

65 Решите уравнение  $(x+2000)\sqrt{x-a} = 0$  при всех значениях  $a$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

66 Решите уравнение  $(x-a)\sqrt{x-2000}=0$  при всех значениях  $a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

67 При каких значениях  $a$  уравнение  $(x^2+4x+3)\sqrt{x-a}=0$  имеет ровно два решения?

Ответ: \_\_\_\_\_.

68 При каких значениях  $a$  уравнение  $(x-a)\sqrt{x^2-4x+3}=0$  имеет единственное решение?

Ответ: \_\_\_\_\_.

69 Укажите наибольшее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение  $\sqrt{x-a}=x+4$  имеет единственное решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

70 Укажите наименьшее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение  $\sqrt{x+2a}=x-3$  имеет единственное решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### Вариант 1

#### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $(-2\sqrt[3]{2})^6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Представьте в виде степени с рациональным показателем  $\frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}{x}$ . В ответе укажите показатель степени.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Решите уравнение  $\sqrt{19-x^2}=3$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение  $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{4x}$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2}+\sqrt{16b^2}+4b$  при  $a=-2000$ ,  $b=-3000$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите сумму корней уравнения  $(x-1)\sqrt{2-3x-2x^2}=0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Упростите выражение  $\frac{x-16}{x+x^{0,5}+1}:\frac{x^{0,5}+4}{x^{1,5}-1}$  и найдите его значение при  $x=2,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Решите уравнение  $\sqrt{x^2-5x+6}-5+\frac{1}{x}(\sqrt{5x-x^2-6}+10)=0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Вариант 2

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $810\,000^{0,25}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $(-3\sqrt{2})^4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\sqrt[4]{144} \cdot \sqrt[4]{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Представьте в виде степени с рациональным показателем:  $\frac{\sqrt{x^5\sqrt{x}}}{x}$ . В ответе укажите показатель степени.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Решите уравнение  $\sqrt{36-x^2} = 3$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение  $\sqrt{7-x^2} = \sqrt{-6x}$ . (Если корней уравнения более одного, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\sqrt{9a^2} + \sqrt{b^2} + 3a$  при  $a = -1000$ ,  $b = -2000$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите сумму корней уравнения  $(2x-3)\sqrt{2x^2-5x+2} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Упростите выражение  $\frac{x-9}{x-x^{0,5}+1} : \frac{x^{0,5}+3}{x^{1,5}+1}$  и найдите его значение при  $x = 6,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} - 1 + \frac{1}{x}(\sqrt{4x - x^2 - 3} + 3) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### 2.3. Преобразования логарифмических выражений

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* понятие логарифма, свойства логарифмов (логарифм произведения и сумма логарифмов, логарифм частного и разность логарифмов, логарифм степени и произведение числа и логарифма, формула перехода от одного основания логарифма к другому, логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями, сумма и разность логарифмов с различными основаниями, основное логарифмическое тождество, другие комбинации свойств логарифмов, десятичные и натуральные логарифмы, тождественные преобразования логарифмических выражений).

## Часть 1

### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–43 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\log_{0,3} \frac{1}{0,09}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\log_{625} 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $\log_5 125$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Вычислите:  $\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Вычислите:  $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Найдите значение выражения  $\log_3 81 - \log_3 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Найдите значение выражения  $\log_3 15 - \log_3 \frac{5}{9} + \log_3 \frac{1}{81}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Вычислите:  $\log_{35} 7 + \frac{1}{\log_5 35}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Укажите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_3 7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Укажите значение выражения  $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{\log_{\sqrt{5}} 7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Укажите значение выражения  $\log_{36} 16 - \log_6 \frac{1}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Вычислите:  $(\sqrt{5})^{\log_5 16}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Вычислите:  $2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Найдите значение выражения  $10^{1-\lg 5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Профильный уровень

- 16 Укажите значение выражения  $(\sqrt{6})^{\log_9 6}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 Найдите значение выражения  $(\log_5 36 + \log_5 2 - \log_5 8) \cdot \log_9 \frac{1}{25}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18 Найдите значение выражения  $\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19 Укажите значение выражения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{4\log_1 \frac{2}{3}}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Укажите значение выражения  $\log_8 \log_4 \log_2 16$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Укажите значение выражения  $\log_2 \frac{2}{3} + \log_4 \frac{9}{4}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22 Укажите значение выражения  $\log_{0,5} 32 - \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23 Укажите значение выражения  $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24 Укажите значение выражения  $2^{\log_8 125} + \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25 Укажите значение выражения  $\frac{\lg 128}{\lg 4}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.



26 Укажите значение выражения  $\log_6 \frac{36}{a}$ , если  $\log_6 a = -6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

27 Найдите значение выражения  $\log_c(16c^2)$ , если  $\log c^2 = -3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

28 Найдите значение выражения  $\log_a \frac{81}{a^4}$ , если  $\log a^3 = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

29 Найдите значение выражения  $(0,1)^{\lg 0,1} - 10^{\log_{1000} 64} + 10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \lg 9 - \lg 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

30 Найдите значение выражения  $3 \log_2 49 \cdot \log_7 2 - 2^{\lg 2} \cdot 5^{\lg 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

31 Найдите значение выражения  $4\sqrt{3} + 5^{\log_5 \frac{3}{5}} - 15^{0,5 + \log_{15} \frac{4}{\sqrt{5}}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

32 Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

33 Найдите значение выражения  $\log_9 15 + \log_9 18 - 2 \log_9 \sqrt{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

34 Найдите значение выражения  $6 \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Найдите значение выражения  $\log_2 14 - \log_2 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

36 Найдите значение выражения  $(\log_3 4 + \log_2 9)^2 - (\log_3 4 - \log_2 9)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 Найдите значение выражения  $\log_4 24 - \log_4 9 \cdot \log_9 13 \cdot \log_{13} 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 Найдите значение выражения  $(\log_7 22 - \log_7 12 + \log_7 6) \cdot \log_{11} 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Найдите значение выражения  $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Найдите значение выражения  $9^{\log_3(1+0,5+0,25+\dots)}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Упростите:  $6^{-0,5+\log_6 \frac{\sqrt{3}}{2}} - 2^{-0,5+\log_2 0,5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

43 Упростите:  $\frac{1 - \lg^2 5}{2 \lg \sqrt{10} - \lg 5} - \lg 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

44 Вычислите:  $\log_{3\sqrt{2}} \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt{12}}$ , если  $\log_9 6 = a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Вычислите:  $\log_{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt[3]{12}}$ , если  $\log_4 6 = a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46

Найдите значение выражения  $\frac{\log_7^2 14 + \log_7 14 \cdot \log_7 2 - 2\log_7^2 2}{\log_7 14 + 2\log_7 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

47

Найдите значение выражения

$$\frac{2\log_3^2 2 - \log_3^2 18 - (\log_3 2)\log_3 18}{2\log_3 2 + \log_3 18}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

48

Найдите значение выражения

$$\left[ \left( \frac{\log_4^2 3 + 1}{2\log_4 3} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{\log_4^2 3 + 1}{2\log_4 3} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2\log_4 3}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

49

Найдите значение выражения

$$\left[ \left( \frac{\log_3^2 4 + 1}{2\log_3 4} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{\log_3^2 4 + 1}{2\log_3 4} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \sqrt{2\log_3 4}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

50

Найдите значение выражения

$$\left( (\log_4^4 3 + \log_3^4 4 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

51

Найдите значение выражения

$$\left( (\log_3^4 2 + \log_2^4 3 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* решение логарифмических уравнений; приёмы решения логарифмических уравнений (разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков); использование нескольких приёмов при решении логарифмических уравнений; решение комбинированных уравнений; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля; уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два логарифмических уравнения; логарифмические неравенства.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–67 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

**1** Решите уравнение  $11 \cdot 2^{\log_2 x} = x + 70$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Решите уравнение  $13^{\log_{13}(x+7)} = 2x - 20$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Решите уравнение  $\log_3 x + \log_3 2 = \log_3 54$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Решите уравнение  $\log_{0,3} x + \log_{0,3} 5 = \log_{0,3} 55$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Решите уравнение  $\log_7(x+8) - \log_7 11 = \log_7 2$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{7}}(2x+5) - \log_{\frac{1}{7}} 6 = \log_{\frac{1}{7}} 2$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Решите уравнение  $\log_7(2x+5) = 2$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Решите уравнение  $\log_2(2x + 5) = 7$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

9 Решите уравнение  $\log_2(2x - 5) = -1$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

10 Решите уравнение  $\log_{0,4}(6 - x) = -1$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

11 Решите уравнение  $\log_2(\log_7 x) = 0$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

12 Решите уравнение  $\log_7(\log_2 x) = 0$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

13 Решите уравнение  $\log_5(\log_2(\log_7 x)) = 0$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

14 Решите уравнение  $\log_7(\log_2(\log_5 x)) = 0$ .  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

15 Решите уравнение  $\log_4(x - 2) + \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = \frac{1}{2}$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

16 Решите уравнение  $\log_3(x + 2) = (\log_5(x + 7)) \cdot \log_3(x + 2)$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

17 Решите уравнение  $\log_5(x - 4) = (\log_3(x + 2)) \cdot \log_5(x - 4)$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
О т в е т : \_\_\_\_\_.

- 18 Решите уравнение  $\log_5 x^2 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19 Решите уравнение  $\log_2 x^2 = 5$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Решите уравнение  $\log_x 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Решите уравнение  $\log_{-x} 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22 Решите уравнение  $\log_{x^2} 16 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23 Решите уравнение  $\log_{x^2} 81 = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24 Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\log_2(2x) \leq \log_2(x+4)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25 Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\log_3(2x-3) \leq \log_3(x+9)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 26 Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\log_{0,5}(3x) \geq \log_{0,5}(x+16)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 27 Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\log_{0,2}(4x-6) \geq \log_{0,2}(x+33)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Найдите сумму всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\lg x \leq 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Найдите произведение всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_{0,5} x \geq -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Найдите сумму всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_3 x < 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Найдите произведение всех целых чисел, являющихся решением неравенства  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x + 12) < \log_{\frac{1}{3}}(9 - x).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Найдите сумму целых решений неравенства  $\log_2 \frac{7}{x} > 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Сколько целых чисел, принадлежащих отрезку  $[7; 17]$ , являются решением неравенства  $\log_{0,5}(7x^{-1}) > 1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Найдите наименьшее натуральное решение неравенства  $\log_3 \frac{x-7}{2x-5} < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Решите уравнение  $2\log_4^2 x - \log_4 x - 1 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** Решите уравнение  $2\log_4 x - \sqrt{\log_4 x} - 1 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций  $y_1 = \log_3(2x - 1)$  и  $y_2 = 2 - \log_3(x + 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y_1 = \log_3(x + 2)$  и  $y_2 = \log_3(x - 6)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Найдите сумму целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \sqrt{1 - \log_3 x}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Найдите произведение целых чисел, входящих в область определения функции  $y = \sqrt{\log_{0,5} x + 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения функции

$$y = \frac{1}{\log_2(x - 3)}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** Укажите число корней уравнения  $\log_{0,7}(x^4 + 1) = \log_{0,7}(2x^2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**44** Укажите число корней уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(x^4 - 1) = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**45** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $8^{\log_8(3-2x)} \geq -3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



46 Сколько целых чисел являются решением неравенства  $8^{\log_8(3-2x)} \leq 8$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Решите уравнение  $\log_2(x-2) + 0,5\log_2(5-4x)^2 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Решите уравнение  $\log_5(2-x) + 0,5\log_5(4x-11)^2 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Найдите значение выражения  $x + y$ , если  $(x; y)$  — решение системы

$$\begin{cases} 4\log_2 x + 5\log_5 y = 3, \\ 2\log_2 x + 5\log_{0,2} y = 9. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

50 Укажите сумму целых решений неравенства  $\log_3 x > \log_3(5-x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Укажите число целых решений неравенства  $\log_{\frac{1}{7}}(2x+3) < \log_{\frac{1}{7}}(3x-2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Укажите число корней уравнения  $\log_2(x-6) = 0,5\log_2 x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Найдите произведение корней уравнения  $2^{|\log_2 x|} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Решите уравнение  $10^{1-\lg x} = 100^{2+\lg x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Решите неравенство  $\log_3(x+7) < \log_3(5-x) - \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$ . В ответе укажите число целых решений неравенства.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**56** Решите уравнение  $\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\frac{1}{\log_x \sqrt{5}}$ . В ответе запишите число корней уравнения.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**57** Решите уравнение  $\log_2(3-x) = 6x^{205} - 5$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**58** Решите неравенство  $\log_2 24 \geq \log_2(16-x) + \log_2(2x-6)$ . В ответе укажите число целых решений неравенства.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**59** Укажите сумму корней уравнения  $\lg x^2 + \lg(x+4)^2 = -\lg \frac{1}{9}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**60** Укажите сумму корней уравнения  $\log_4(7-x)^2 + \log_4(5-x)^2 = 4 + \log_4(x-5)^2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**61** Укажите число корней уравнения  $\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x-8) = 4$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**62** Укажите число корней уравнения  $\log_2 x^2 + \log_2(x+3)^2 = 2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**63** Укажите число корней уравнения  $\log_3(5-x) = \sqrt{x-1}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**64** Найдите сумму корней уравнения  $(3^{x^2} - 81)\lg(1-x) = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**65** Укажите сумму корней уравнения  $\log_2^3 x - 3\log_2^2 x = \frac{10}{\log_x 2}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**66** Укажите число корней уравнения  $\log_3^3 x - 2\log_3^2 x = 1 - \frac{1}{\log_x \sqrt{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**67** Укажите число корней уравнения  $\log_{0,5} \frac{x}{32} = 2^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**68** Решите уравнение  $\lg^2(x^2 + 3x + 3) + \sqrt{x^2 - 4x - 5} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**69** Решите уравнение  $\lg^2(x^2 + x - 5) + \sqrt{-x^3 + 9x - 10} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**70** Решите уравнение  $\lg^2(2x^3 + x^2 - 13x + 7) + \log_5^2(2x^2 + 5x - 2) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**71** Решите уравнение  $\log_3^2(17x^3 - 10x^2 + 1) + \sqrt{5^{x^2} - 1} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**72** Решите уравнение  $\log_3^2(25x^3 - 24x^2 - 1) + \sqrt{5^{x^2} - 5} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**73** Решите уравнение  $\log_{2x-1}(x^2 + 3x - 1) = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**74** Решите уравнение  $\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**75** Решите неравенство  $\log_{x-1}(x+2) \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**76** Решите неравенство  $\log_{|x|-1}|x+2| \leq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**77** Решите неравенство  $\log_{\sqrt{7}-\sqrt{3}}(4x-x^2-2) \geq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**78** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \lg^2 x - \lg^2 y = 1, \\ \log_2 x - \log_2 y = \log_2 5 + 1. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**79** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \geq 0, \\ \log_4(x^2 - 2x) \leq 1,5. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**80** Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 3 \cdot 4 - 7 \cdot 2^x + 2 \geq 0, \\ \log_9(x^2 - 6x) \leq 1,5. \end{cases}$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**81** Решите уравнение  $\frac{\sin^2 x + \sin 2x}{\log_2(-\cos x)} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**82** Решите уравнение  $\frac{\log_2(-\cos x)}{\sin^2 x + \sin 2x} = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**83** Решите неравенство  $\log_{5-x}(81-18x+x^2) \leq 2\log_{5-x}(-9-x^2+10x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**84** Решите неравенство  $\log_{5-x}(9-u) \leq \log_{5-x}(-9-u^2+10)^2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**85** Решите неравенство  $\log_{\sqrt{5-x}}(9-x) \leq 2\log_{5-x}(-9-x^2+10x)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

86 Решите неравенство  $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_{\frac{x}{3}} 3}{\log_{\frac{x}{27}} 9} \leq 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

87 Решите неравенство  $\frac{\log_{0,1x} 10 \cdot \lg(10x)}{\log_{0,01x} 10} \leq 2$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

88 Решите неравенство  $\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3)^4 + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

89 Решите неравенство  $2\log_9(x-7) \cdot \log_{81}(x-3)^4 + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

90 Решите неравенство  $4\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3) + \log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} \geq 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

#### Вариант 1

#### Часть 1

Ответом к заданиям 1–8 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения  $\log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 18$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $64^{\log_{0,5} \sqrt[3]{5}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

3 Решите уравнение  $\log_2 x = -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Укажите сумму всех целочисленных решений неравенства  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите произведение всех целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \log_{0,5}(5x - x^2).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $(\sqrt{\sin^2 60^\circ - 2\log_5 \sqrt[4]{5}})^{-1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Укажите наименьшее целое решение неравенства  $\log_{0,2} \frac{1}{x-1} \geq -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите ординату точки пересечения графиков функций

$$y = \log_2 x \text{ и } y = 5 - \log_2(x + 14).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

9 Вычислите:  $2\log_4(8(\sqrt{7} - \sqrt{3})) + \log_4(10 + 2\sqrt{21})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Для каждого значения параметра  $a$  решите уравнение

$$\log_2(x^2 - x + a) = \log_2(a - 3x).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Вариант 2

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–8 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения  $\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $128^{\log_{0,5} \sqrt[7]{10}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Решите уравнение  $\log_3 x = -2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Укажите произведение всех целочисленных решений неравенства  $\log_{\frac{1}{3}} x > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \log_{0,2}(3x - x^2).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{3\log_7 \sqrt[4]{7} - \cos^2 45^\circ}\right)^{-2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Укажите наименьшее целое решение неравенства  $\log_{0,5} \frac{1}{x+2} \geq -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите ординату точки пересечения графиков функций

$$y = \log_2 x \text{ и } y = 5 - \log_2(x + 4).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

9 Вычислите:  $2\log_4(8(\sqrt{7}-\sqrt{5}))+\log_4(12+2\sqrt{35})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Для каждого значения параметра  $a$  решите уравнение

$$\log_2(x^2 - 3x - a) = \log_2(5x - a).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

### 2.5. Показательные уравнения и неравенства

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* степень с рациональным показателем; свойства степени с рациональным показателем; логарифм; общие приёмы решения показательных уравнений (разложение на множители, замена переменных, использование свойств функций, использование графиков); решение показательных уравнений; использование нескольких приёмов решений уравнений; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля; уравнения с параметром; системы, содержащие одно или два показательных уравнения; показательные неравенства; решение комбинированных уравнений и неравенств; системы неравенств.

## Часть 1

### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–43 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Укажите наибольшее решение неравенства  $2^{\sqrt{5-x}} > -6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Укажите наименьшее решение неравенства  $2^{\sqrt{x+7}} > -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Решите уравнение  $2^x = 0,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



4 Решите уравнение  $5^{2x-1} = 625$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Решите уравнение  $3^{x+5} = \frac{1}{9}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Сколько корней имеет уравнение  $3^{x+5} = -\frac{1}{9}$ ?  
Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

7 Решите уравнение  $(\sqrt[10]{3})^x = 27$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Решите уравнение  $3^{\frac{5x-1}{5x+2}} = 81$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите наибольшее натуральное решение неравенства  $3^{x-5} < 81$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Укажите наибольшее целое решение неравенства  $5^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Укажите наибольшее целое число, не удовлетворяющее неравенству

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{5}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Сколько целочисленных решений неравенства  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} < 1$  принадлежит отрезку  $[-5; 5]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

13 Решите уравнение  $4^x = 64^\circ$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Укажите наибольшее целое решение, не удовлетворяющее неравенству

$$2^{x+2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{x}}.$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**15** Решите уравнение  $0,04 \cdot (0,2)^{x-4} = 5^x$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**16** Сколько целочисленных решений неравенства  $9^x - 3^x - 72 > 0$  принадлежит отрезку  $[-4; 4]$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**17** Решите неравенство  $\sqrt{5^x - 25} \leq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**18** Укажите наименьшее целое решение неравенства  $7^x - 6 \cdot (\sqrt{7})^x - 7 > 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**19** Решите уравнение  $3^x = 27 \cdot \sqrt[4]{9}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**20** Решите уравнение  $2^x = 16 \cdot \sqrt[5]{8}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**21** Сколько целочисленных решений неравенства  $2^{x^2} \geq 16$  содержится в отрезке  $[-3; 3]$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**22** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x+2}{x-2}} - 3}$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**23** Решите уравнение  $3 \cdot 4^x - 6^x - 2 \cdot 9^x = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**24** Укажите количество целых решений неравенства  $(2^x - 1)(25 - 5^x) > 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**25** Укажите количество целых решений неравенства  $(3^x - 1)(81 - 3^x) > 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**26** Укажите количество целых решений неравенства  $\frac{(5^x - 5)(16 - 2^x)}{3^x} \geq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**27** Решите уравнение  $5^{x^2 + (\sqrt{x})^2 - 1} = 5$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**28** Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства

$$2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^{x-2} \leq 9.$$

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**29** Решите неравенство  $(0,1)^{4x^2 - 2x - 2} \geq (0,1)^{2x - 3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**30** Решите уравнение  $6^x - 7^x = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**31** Решите уравнение  $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x = 5 \cdot 25^x$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**32** Решите уравнение  $5 \cdot 4^x + 23 \cdot 10^x - 10 \cdot 25^x = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**33** Решите уравнение  $4 \cdot 9^x + 13 \cdot 12^x - 12 \cdot 16^x = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**34** Укажите наименьшее целое решение неравенства  $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x < 5 \cdot 25^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Укажите число целых решений неравенства  $2^x + 2^{1-x} - 3 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Решите уравнение  $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** Найдите целое число, являющееся решением неравенства  $\frac{2^{x+1} + 1}{2 - 2^{x+1}} \geq 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** Решите уравнение  $4^{x+1} + 19 \cdot 2^x - 5 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** Решите уравнение  $3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$2^{5x+6} - 7^{5x+2} - 2^{5x+3} - 7^{5x+1} > 0.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Укажите число корней уравнения  $3 \cdot 2^{3-2x} = 2^{1-x} + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Укажите число корней уравнения  $3 \cdot 4^{|x|} - 14 \cdot 2^{|x|} + 8 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** Укажите число корней уравнения  $(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1-x} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- 44** При каких значениях  $m$  уравнение  $2006^{2x} - 4 \cdot 2006^x + m^2 - 3m = 0$  имеет единственный корень?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 45** Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 9^{x+0,5} - 28 \cdot 3^x + 9 \geq 0, \\ 2 \log_3 \frac{x-2}{2x+5} + \log_3 (2x+5)^2 \geq 2. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 46** Решите неравенство  $9^{x+1} + a \cdot 8 \cdot 3^x - a^2 < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 47** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 3}{3^x - 4} < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 48** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 5}{3^x - 7} > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 49** Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 4^{2x-y} + 8 = 6 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{-y}, \\ \frac{6x - 7 - 2y}{2x - y - 2} = 5 - 2x + y. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 50** Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2^{6x+2y} = 6 - 2^{3x+y}, \\ \frac{6x + 7 + 3y}{3x + y} = 12 - 15x - 5y. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 51** Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} \frac{2^{x^2} + x^2 - 2}{2^x - 8} < 0, \\ x^2 > 16. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Решите уравнение  $(\sqrt{5+\sqrt{24}})^x + (\sqrt{5-\sqrt{24}})^x = 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Решите неравенство  $(1,25)^{1-x} < (0,64)^{2(1+\sqrt{x})}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

54 Найдите наибольшее целое  $x$ , не удовлетворяющее неравенству  $5^x + 4 \cdot 3^{x+1} \geq 449$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

### Вариант 1

#### Часть 2

Ответом к заданиям 1–8 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Решите уравнение  $3^{x+1} + 5 \cdot 3^x = 72$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Решите уравнение  $2^x = 8\sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Укажите наименьшее целое решение неравенства  $5^{2x+9} > 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Укажите наибольшее натуральное число, не являющееся решением неравенства  $0,5^x \leq \frac{1}{128}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Укажите число целых решений неравенства  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+3}{x-2}} \leq 16$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корни уравнения  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ . Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Укажите число корней уравнения  $(4^{x^2} - 16) \cdot \sqrt{x-1} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Укажите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства

$$(0,2)^{2x-1} \geq \frac{1}{25}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- 9 Решите уравнение  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 3^{\frac{x+10}{10}} - 13 \cdot 3^{\frac{x}{20}} + 4 \leq 0, \\ \log_{x^2}^2 x^4 + \log_3 x^4 \geq 8. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Вариант 2

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–8 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Решите уравнение  $2^{x+2} + 7 \cdot 2^x = 88$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Решите уравнение  $3^x = 9\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Укажите наибольшее целое решение неравенства  $6^{2x-7} < 36$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Укажите наибольшее целое число, не являющееся решением неравенства

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Укажите число целых решений неравенства  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-2}{x+3}} \geq 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$ . Если получили два корня, то в ответе запишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Укажите число корней уравнения  $(2^{x^2} - 32) \cdot \sqrt{3-x} = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Укажите число целых решений неравенства  $(0,5)^{|3x+1|} \geq \frac{1}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

9 Решите уравнение  $(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 9^{\frac{x+2}{4}} - 13 \cdot 9^{\frac{x}{8}} + 4 \leq 0, \\ \log_{x^2}^2 x^4 + \log_4 x^4 \geq 8. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.



### 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Производная функции

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: геометрический смысл производной; физический смысл производной; таблица производных; исследование функции с помощью производной.

##### Часть 1

##### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–69 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Найдите производную функции  $f(x) = (x + 1)(x + 2) - (x - 1)(x - 3)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 2** Вычислите  $y'(1)$ , если  $y = x^4 - \frac{1}{x}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 3** Вычислите  $y'(0)$ , если  $y = \frac{-2x+1}{4x+2}$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 4** Решите уравнение  $f(x) = 0$ , если  $f(x) = (x - 1)(x^2 + 1)(x + 1)$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 5** Укажите наибольшее целое решение неравенства  
 $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = -x^2 - 4x - 2000$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 6** Укажите наибольшее целое решение неравенства  
 $f'(x) < 0$ , если  $f(x) = x^2 + 8x + 2000$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 7** Найдите абсциссу точки графика функции  $f(x) = \frac{x^8 - 1}{x^4 - 1}$ , касательная в которой параллельна (или совпадает) с прямой  $y = -32x + 7$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.

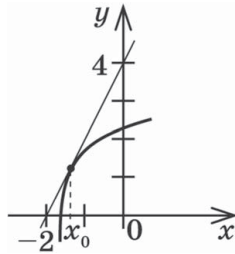
8 Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции  $y = 6x - \frac{2}{x}$  в его точке с абсциссой  $(-1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $y = \sin(2x)$  в его точке с абсциссой  $0$ .

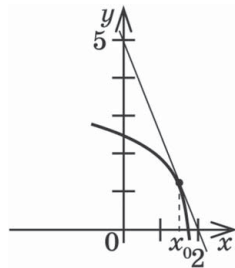
Ответ: \_\_\_\_\_.

10 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



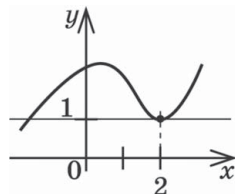
Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

13 Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

14 Найдите минимум функции  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

15 Укажите число точек экстремума функции

$$y = 0,2x^5 - \frac{4}{3}x^3.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

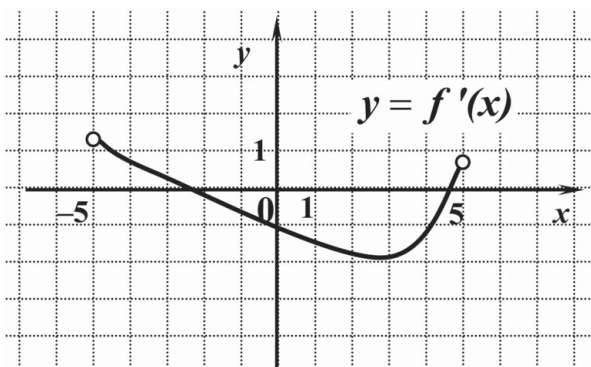
16 Найдите наименьшее значение функции  $g(x) = 2x^3 - 6x$  на отрезке  $[0; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Найдите площадь треугольника, который образует касательная к графику функции  $h(x) = \ln x$  в точке с абсциссой 1 с осями координат.

Ответ: \_\_\_\_\_.

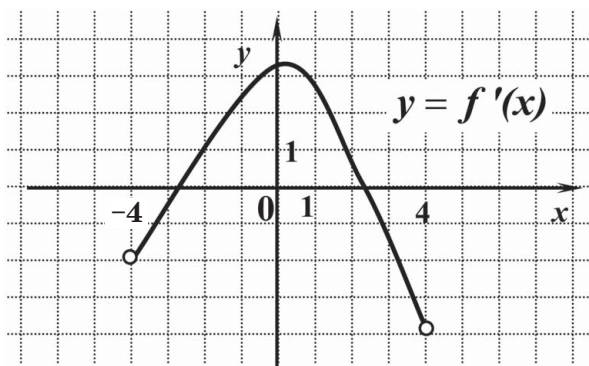
18 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 5)$ . На рисунке изображён график производной этой функции.



К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — целые числа. Сколько из проведённых касательных имеют отрицательный угловой коэффициент?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19) Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 4)$ . На рисунке изображён график производной этой функции.



К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых — целые числа. Сколько из проведённых касательных имеют положительный угловой коэффициент?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20) В какой точке отрезка  $[-200; 200]$  функция  $y(x) = 4x^2 + 23$  принимает наименьшее значение?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 21) Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$  в точке  $x_0 = 1000$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 22) Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{1 - 4x}{2x + 1}$  в точке  $x_0 = -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 23) Найдите значение производной функции  $f(x) = (x^2 + 1)^2 - 2(x^2 + 1) + 1$  в точке  $x_0 = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 24) Найдите значение производной функции  $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{16}{x}$  в точке  $x_0 = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 25) Найдите значение производной функции  $f(t) = \cos t + \operatorname{tg} t$  в точке  $t_0 = -\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Найдите значение производной функции  $f(x) = \sin t - \operatorname{ctgt}$  в точке  $t_0 = 0,5\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Укажите число целых решений неравенства  $f'(x) \leq 0$ , если  $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{16}{3}x^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Какой угол образует с осью абсцисс касательная к графику функции  $y = x^5 - x$  в начале координат? В ответе укажите градусную меру этого угла.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $g(x) = (x - 1)^2(x + 1)^2 - (x^2 + 1)^2$ , проведённой в точке с абсциссой 1.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

$g(x) = \frac{1-2x}{4x+1}$ , проведённой в точке с абсциссой  $(-0,5)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции

$$y = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

в его точке с абсциссой  $(-1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $y = \cos x + 6\operatorname{tg}x$  в его точке с абсциссой  $\frac{\pi}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $y = 2\sin x - 3\operatorname{ctg}x$  в его точке с абсциссой  $\frac{\pi}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Найдите точку графика функции  $f(x) = (x - 1)(x^{2006} + x^{2005} + \dots + x + 1)$ , касательная в которой параллельна оси абсцисс. В ответе укажите сумму координат этой точки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 2x$ , параллельной прямой  $y = 4x - 5$ . В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = x^2 - 4x$ , параллельной оси абсцисс. В ответе укажите расстояние от точки  $(0; 0)$  до этой касательной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** Укажите точку графика функции  $y = x^2 + 4x$ , в которой касательная параллельна прямой  $y - 2x + 5 = 0$ . В ответе запишите сумму координат этой точки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** Укажите точку максимума функции  $g(x)$ , если  $g'(x) = (x + 6)(x - 4)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** Укажите точку минимума функции  $g(x)$ , если  $g'(x) = (x - 7)(x + 3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Найдите максимум функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Укажите точку максимума функции  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Укажите число точек экстремума функции  $g(x) = x^5 - 15x^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** Укажите число точек экстремума функции  $f(x) = x^3(x - 1)^4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 Укажите точку минимума функции  $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

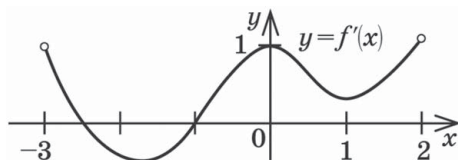
45 Найдите минимум функции  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Укажите длину промежутка возрастания функции  $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 4$ .

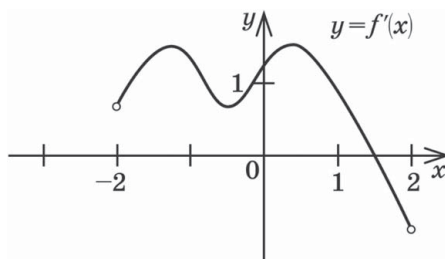
Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 2)$ . График её производной изображён на рисунке. Укажите число промежутков убывания функции.



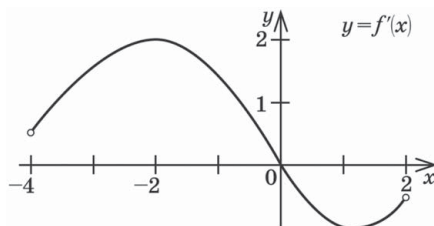
Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-2; 2)$ . График её производной изображён на рисунке. Укажите число промежутков возрастания функции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

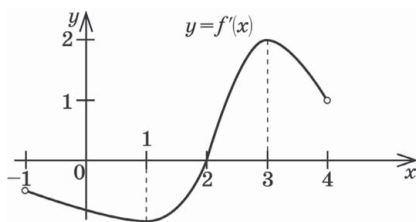
49 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 2)$ . График её производной изображён на рисунке. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.



Ответ: \_\_\_\_\_.

50

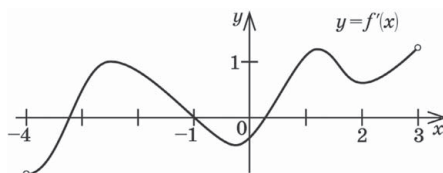
Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-1; 4)$ . График её производной изображён на рисунке. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение.



Ответ: \_\_\_\_\_.

51

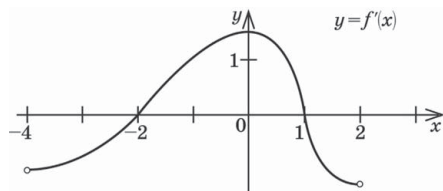
Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 3)$ . График её производной изображён на рисунке. Сколько точек экстремума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



Ответ: \_\_\_\_\_.

52

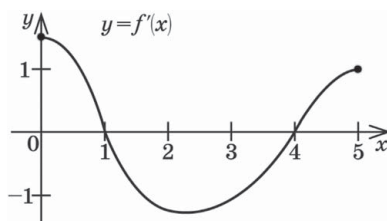
Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 2)$ . График её производной изображён на рисунке. Укажите длину промежутка возрастания функции  $y = f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

53

Функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[0; 5]$ . График её производной изображён на рисунке. Укажите длину промежутка убывания функции  $y = f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

54

Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[0; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 55 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[-3; 3]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 56 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x$  на отрезке  $[-2; 3]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 57 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$  на отрезке  $[-2; 3]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 58 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^4(x + 2)^3$  на отрезке  $[-1; 1]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 59 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{3}\sqrt{3}$   
 на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 60 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \operatorname{ctg} x + \frac{\pi}{3}\sqrt{3}$   
 на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 61 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \sin x + \frac{9}{\pi}x$  на отрезке  $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 62 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \cos x - \frac{6}{\pi}x + 4$  на отрезке  $\left[0; \frac{5\pi}{3}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 63 Найдите точку минимума функции  $f(x) = (x - 6)e^{x-5}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 64 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (x - 6)e^{x-5}$  на отрезке  $[4; 6]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 65 Найдите точку максимума функции  $f(x) = \ln(x + 4)^3 - 3x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

66 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \ln(x + 4)^3 - 3x$  на отрезке  $[3,5; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

67 Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $B$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$  ( $t$  — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно  $36$  м/с<sup>2</sup>?

Ответ: \_\_\_\_\_.

68 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = 5t + 0,2t^3 - 6$  (м), где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 5 секунд после начала движения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

69 Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции  $y = f(x)$  в точке  $(-2; 10)$ . Найдите  $f'(-2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

70 Через точку  $M(-1; 0)$  к графику функции  $y = \sqrt{2x-1}$  проведена касательная. Напишите её уравнение. В ответе укажите градусную меру угла между касательной и положительным направлением оси  $Ox$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

71 Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sqrt{1-x}$ , проходящей через точку  $P(2; 0)$ . В ответе укажите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

Ответ: \_\_\_\_\_.

72 При каких значениях  $b$  прямая  $y = bx$  является касательной к параболе  $f(x) = x^2 - 2x + 4$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 73** При каком значении  $a$  прямая  $y = -10x + a$  является касательной к параболу  $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$ ?
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 74** При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$  более чем в двух различных точках?
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 75** При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = x^3 - 3x^2$  в единственной точке?
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 76** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объём каждого из которых равен  $32 \text{ см}^3$ , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 77** Определите размеры бассейна с квадратным дном и объёмом  $32 \text{ м}^3$  таким образом, чтобы сумма площади боковой поверхности и площади дна была минимальной. В ответе укажите площадь боковой поверхности.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 78** Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объём каждого из которых равен  $4 \text{ см}^3$ , а одна из боковых граней является квадратом. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 79** Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = -7x + 3\sin x - 2006$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 80** Найдите множество значений функции  $h(x) = 2\sqrt{x+14} + \sqrt{6-x}$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 81** Найдите множество значений функции  $g(x) = 4\cos x - 4\sqrt{4\cos x + 5}$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.

82

Найдите множество значений функции  $g(x) = 2\sqrt{-x+3} - 3\sqrt{5x-10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### 3.2. Первообразная функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* первообразная суммы функций; первообразная произведения функции на число; задача о площади криволинейной трапеции.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–17 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1

Вычислите площадь фигуры ( $S$ ), ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ . В ответе запишите  $3S$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

Вычислите площадь фигуры ( $S$ ), ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . В ответе запишите  $3S$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  и графиком функции  $y = 2\sin x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = 2$ ,  $x = 4$  и графиком функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

#### Профильный уровень

5

Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = -2x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 4x$  и прямой  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 7** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $y = -2$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 8** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, прямыми  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = \pi$  и графиком функции  $y = \cos x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  
 $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 8$ , осью ординат и  $y = 8$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11** Вычислите  $3\sqrt{2}S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{4-x}$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12** Вычислите  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{8-x}$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13** Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x+1}$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x$ ,  $x = -3$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $\sqrt{y} = \sqrt{x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

16 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  — две различные первообразные функции  $f(x)$ , причём  $F_1(3) = 8$ ,  $F_2(5) = 12$ ,  $F_1(5) = 14$ . Найдите  $F_2(3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

18 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2 + 3x$  и  $y = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2 - 3x$  и  $y = -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 6x + 5 \text{ и } y = 5 - 2x - x^2.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 2x - 2$  и графиком её первообразной  $F(x)$ , зная, что  $F(0) = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{1-4x}$ , касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой  $x_0 = 5$  и прямой  $y = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

23 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{2x-1}$ , касательной к графику этой функции в его точке с абсциссой  $x_0 = 5$  и прямой  $y = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 24 На множестве  $R$  задана функция  $f(x) = -3x^2 - 2x + 16$ .  
Найдите произведение нулей той первообразной, график которой проходит через точку  $M(-1; 0)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 25 При каких значениях  $x$ ,  $x \in [\pi; 2\pi]$  обращается в нуль та из первообразных функции  $f(x) = \cos x - \sin x$ , которая при  $x = \frac{3\pi}{2}$  имеет значение, равное  $-2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 26 При каких значениях  $x$ ,  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  обращается в нуль та из первообразных функции  $f(x) = 2\cos 2x - \sin x$ , которая при  $x = \pi$  имеет значение, равное  $-1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 27 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $y = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 28 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{8x - x^2 - 12}$ ,  
 $y = 0$ ,  $x = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 29 Сравните значения  $F(1)$  и  $F(2)$ , если  $F(x)$  — первообразная для функции

$$f(x) = -\sqrt{x^{200} + 200}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 30 Укажите общий вид первообразных для функции  $f(x) = (x-1)(x+3)^{32}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 31 Укажите первообразную функции  $f(x) = (x+5)(x-7)^{2005}$ , проходящую через точку  $M(7; 0)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

## Вариант 1

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите  $f'(4)$ , если  $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Найдите  $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , если  $g(x) = 4x + \cos x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $B$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$  ( $t$  — время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции

$$f(x) = \frac{x-3}{x+4} \text{ в его точке с абсциссой } (-3).$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Укажите количество целочисленных решений неравенства  $g'(x) \leq 0$ , если  $g(x) = 2x^2 e^x$ .

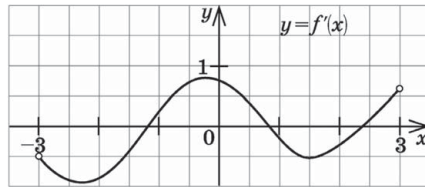
Ответ: \_\_\_\_\_.

6  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  две различные первообразные функции  $f(x)$ , причём  $F_2(7) = 8$ ,  $F_1(7) = 18$ . Найдите  $F_2(2)$ , если  $F_1(2) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график производной некоторой функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $(-3; 3)$ . Сколько точек максимума имеет функция на этом промежутке?





Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите минимум функции  $g(x) = 3x^5 - 5x^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции  $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ .  
В ответе запишите его градусную меру.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Вариант 2

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите  $f'(16)$ , если  $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Найдите  $g'(\pi)$ , если  $g(x) = 5x - \sin x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = t + 0,4t^2 - 6$  (м), где  $t$  — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции  $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$  в его точке с абсциссой  $(-3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

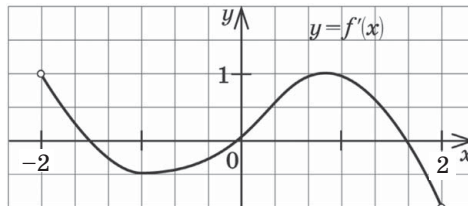
5 Укажите количество целочисленных решений неравенства  $g'(x) < 0$ , если  $g(x) = 3x^2e^x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6  $G_1(x)$  и  $G_2(x)$  две различные первообразные функции  $y = g(x)$ , причём  $G_2(2) = 3$ ,  $G_1(2) = 7$ . Найдите  $G_1(6)$ , если  $G_2(6) = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график производной некоторой функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $(-2; 2)$ . Сколько точек минимума имеет функция  $f(x)$  на этом промежутке?



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите максимум функции  $g(x) = 3x^5 - 20x^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите значение выражения  $3S$ , где  $S$  — площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Найдите наименьший из возможных углов, образуемых с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 3$ . В ответе запишите его градусную меру.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

### 4.1. Планиметрия

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* признаки равенства и подобия треугольников; решение треугольников; площадь треугольника; параллелограмм и его виды; трапеция; окружность, вписанная в треугольник; окружность, описанная около треугольника.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–63 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами, равными 6 и 8.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Найдите диаметр окружности, описанной около квадрата со стороной  $8\sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в прямоугольный треугольник

с катетами, равными 24 и 10. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в квадрат с диагональю  $10\sqrt{2}$ .

В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

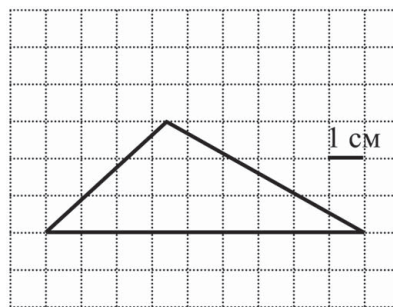
- 5 Найдите площадь равностороннего треугольника, сторона которого равна  $2\sqrt[4]{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$ , если  $AB = 16$ ,  $AD = 7$ ,  $BD = 21$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

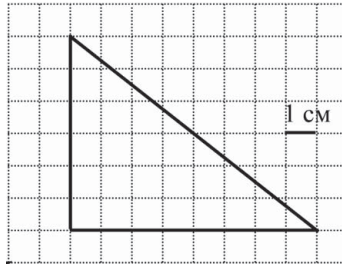
- 7 Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ , если  $AB = 13$ ,  $AD = 14$ ,  $BD = 15$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 8 Найдите площадь ромба с диагоналями, равными 10 и 16.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Найдите высоту ромба со стороной 10 см и диагональю 12 см.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Равнобедренная трапеция  $MNPQ$  ( $MN \parallel PQ$ ) описана около окружности. Известно, что  $MN = 1$ ,  $PQ = 9$ . Найдите радиус окружности.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 Найдите площадь круга ( $S$ ), вписанного в равнобедренную трапецию  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), если  $AB = 4$ ,  $DC = 16$ . В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Найдите длину высоты, проведённой к боковой стороне равнобедренного треугольника со сторонами 20, 20, 32.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 Найдите длину большей диагонали параллелограмма со сторонами  $3\sqrt{2}$  см и 1 см и углом  $45^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображён треугольник. Найдите площадь треугольника (в квадратных сантиметрах).



Ответ: \_\_\_\_\_.

15

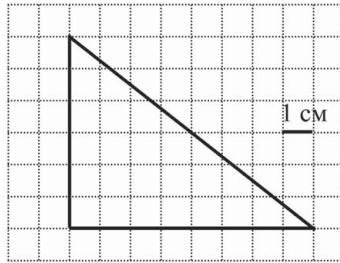
На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображён треугольник. Найдите высоту, проведённую к большей стороне треугольника (в сантиметрах).



Ответ: \_\_\_\_\_.

16

На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображён треугольник. Найдите медиану треугольника, проведённую к большей стороне (в сантиметрах).



Ответ: \_\_\_\_\_.

17

В треугольнике  $KBC$  угол  $K$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 12$ ,  $KC = 16$ . Найдите синус меньшего угла треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

18

В треугольнике  $KBC$  угол  $K$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 12$ ,  $KC = 16$ . Найдите косинус меньшего угла треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

19

В треугольнике  $KMB$  угол  $M$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 10$ ,  $BM = 8$ . Найдите котангенс меньшего угла треугольника.

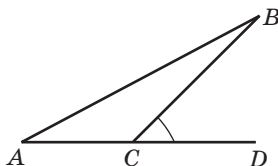
Ответ: \_\_\_\_\_.

20

В треугольнике  $KMB$  угол  $M$  равен  $90^\circ$ ,  $KB = 26$ ,  $BM = 10$ . Найдите тангенс меньшего угла треугольника.

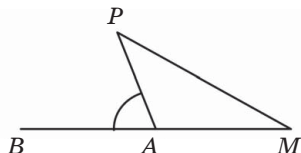
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 21 Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC = 7$ ,  $BC = 8\sqrt{3}$ ,  $\angle DCB = 60^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 22 Найдите площадь треугольника  $PAM$ , если  $PA = 8$ ,  $AM = 4$ ,  $\angle PAB = 30^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

- 23 В треугольнике  $AEC$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $CE = 8$ . Найдите синус внешнего угла при вершине  $C$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

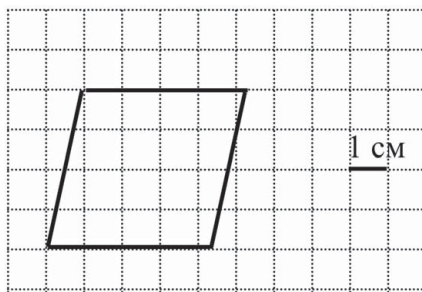
- 24 В треугольнике  $AEC$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $CE = 6$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $C$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 25 В треугольнике  $MPK$  угол  $P$  равен  $90^\circ$ ,  $MK = 25$ ,  $PM = 24$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $K$ .

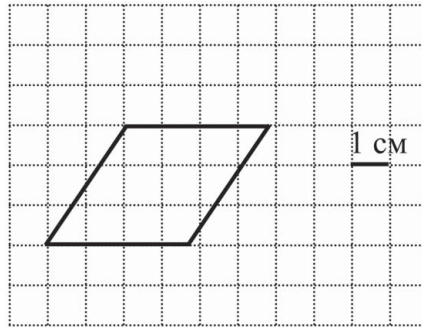
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 26 На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображён ромб. Найдите радиус вписанной в него окружности (в сантиметрах).



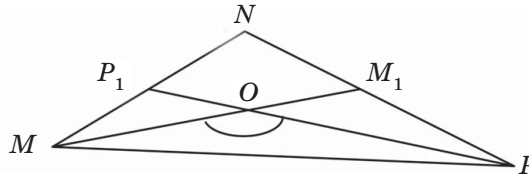
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 27 На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \times 1$  см изображён ромб. Найдите высоту ромба (в сантиметрах).



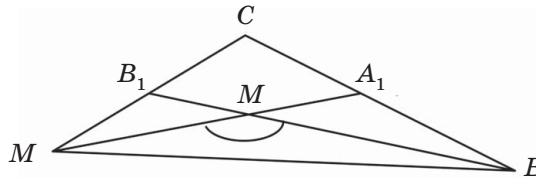
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 28 В треугольнике  $MNP$ :  $MM_1$ ,  $PP_1$  — медианы,  $MM_1 = 9\sqrt{3}$ ,  $PP_1 = 6$ ,  $\angle MOP = 150^\circ$ . Найдите  $MP$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 29 В треугольнике  $ABC$ :  $AA_1$ ,  $BB_1$  — медианы,  $AA_1 = 9$ ,  $BB_1 = 15$ ,  $\angle AMB = 120^\circ$ . Найдите  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 30 В треугольнике  $MOA$  угол  $A$  равен  $90^\circ$ ,  $MO = 9$ ,  $\sin \angle M = 0,4$ . Найдите  $OA$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 31 В треугольнике  $KOE$  угол  $E$  равен  $90^\circ$ ,  $EO = 10$ ,  $\operatorname{ctg} \angle O = 1,6$ . Найдите  $KE$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 32 В треугольнике со сторонами 7 см, 9 см, 14 см найдите длину медианы, проведённой к большей стороне.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 33 В треугольнике со сторонами 7 см, 11 см, 12 см найдите медиану, проведённую к большей стороне.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 34 Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 20, 20, 24.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 35 Найдите диаметр окружности, вписанной в треугольник со сторонами 15, 15, 24.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 36 В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 20, а косинус угла при основании треугольника равен 0,8. Найдите периметр треугольника.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 37 В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 34, а котангенс угла при основании треугольника равен  $\frac{15}{8}$ . Найдите площадь треугольника.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 38 Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $AB = 18$ ,  $AC = 5$ ,  $AH = 3$  и  $AH$  — высота треугольника  $ABC$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 39 Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $MNP$ , если  $MN = 5$ ,  $NP = 16$ ,  $NA = 4$  и  $NA$  — высота треугольника  $MNP$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 40 Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 9, 10, 17.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 41 Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 4, 13, 15.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 42 Три окружности, радиусы которых 6 см, 2 см и 4 см, касаются друг друга внешним образом. Найдите радиус окружности, проходящей через центры данных окружностей.  
Ответ: \_\_\_\_\_.



- 43 Три окружности, радиусы которых 10 м, 2 м и 3 м, касаются друг друга внешним образом. Найдите диаметр окружности, проходящей через центры данных окружностей.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 44 Окружность вписана в равнобедренную трапецию, площадь которой равна 64 см. Найдите боковую сторону трапеции ( $a$ ), если острый угол при основании трапеции равен  $30^\circ$ . В ответе запишите  $a\sqrt{2}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна  $3\sqrt{2}$  и составляет с основанием угол  $45^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB = 12$  см,  $BC = 16$  см, медианы треугольника  $AA_1$  и  $C_1$  пересекаются под углом  $90^\circ$ . Найдите длину стороны  $AC$ . В ответе запишите  $AC\sqrt{5}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Средние линии прямоугольного треугольника, параллельные катетам, равны 5 см и 12 см. Найдите высоту треугольника ( $h$ ), опущенную из вершины прямого угла. В ответе запишите  $13h$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 В прямоугольнике  $MNPQ$  сторона  $MN$  в 6 раз меньше диагонали  $NQ$ . Диагонали прямоугольника пересекаются в точке  $E$ . Периметр треугольника  $NEM$  равен 35 см. Найдите диагональ  $MP$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 В трапеции  $ABND$  ( $BN \parallel AD$ ) проведена средняя линия  $OE$ . Найдите длину наименьшего из отрезков, на которые  $OE$  разбивается диагоналями  $BD$  и  $AN$ , если  $BN = 12$  и  $AD = 20$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 В равнобедренной трапеции  $FOND$  ( $ON \parallel FD$ ) проведена средняя линия  $AB$ . Из вершины тупого угла трапеции проведена высота  $NC$ . Найдите длину  $FC$ , если  $ON = 8$  и  $FD = 18$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

- 51 Найдите площадь параллелограмма, если его меньшая диагональ перпендикулярна боковой стороне и высота, проведённая из вершины тупого угла параллелограмма, делит большую сторону на отрезки 9 см и 25 см.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 52 Найдите площадь прямоугольного треугольника, если длина гипотенузы равна  $2\sqrt{13}$  см, а длина медианы меньшего острого угла равна 5 см.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 53 В параллелограмме  $ABCD$  сторона  $AD = 4\sqrt{2}$ ,  $\angle ABD = 30^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ . Найдите длину стороны  $AB$ .
- 54 Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $120^\circ$ . Боковая сторона равна 4. Найдите квадрат длины медианы, проведенной к боковой стороне.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 55 Найдите площадь параллелограмма  $MPKN$ , если  $\angle PKM = 45^\circ$ ,  $PK = 5\sqrt{2}$ ,  $PN = 26$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 56 Найдите площадь прямоугольного треугольника, если радиусы его вписанной и описанной окружностей равны соответственно 2 см и 5 см.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 57 В треугольнике  $MBO$  построена высота  $BH$ . Длина  $BO = 5$ ,  $OH = 4$ , радиус окружности, описанной около треугольника  $MBO$ , равен 10. Найдите длину стороны  $MB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 58 Около окружности диаметром 15 описана равнобедренная трапеция с боковой стороной, равной 17. Найдите длину большего основания трапеции.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 59 На диагонали  $BD$  прямоугольника  $ABCD$  взята точка  $N$  так, что  $BN:ND = 3:2$ . Диагонали прямоугольника пересекаются в точке  $O$ . Найдите площадь четырёхугольника  $ABCN$ , если  $AC = 10$  и  $\angle AOB = 30^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

60 В параллелограмме  $MNPQ$  биссектриса угла  $M$  пересекает сторону  $NP$  в точке  $A$  так, что  $AN:AP = 3:2$ . Найдите длину меньшей стороны параллелограмма, если его периметр равен 48 см.

Ответ: \_\_\_\_\_.

61 Катеты прямоугольного треугольника имеют длину 12 и 5. Найдите длину медианы, проведённой к гипотенузе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

62 Известны длины сторон треугольника  $ABC:AB = 6, CA = 7, BC = 5$ . На луче  $BC$  выбрана такая точка  $F$ , что угол  $BAF$  равен углу  $ACB$ . Найдите меньшую сторону треугольника  $ACF$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

63 Трапеция  $MNPQ$  вписана в окружность. Найдите среднюю линию трапеции, если её меньшее основание  $MN$  равно 24,  $\sin \angle MQN = 0,2, \cos \angle PMQ = 0,6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

64 Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известны площади треугольников:  $S_{ABP} = 4, S_{BCP} = 12, S_{CDP} = 6$ . Найдите площадь треугольника  $ADP$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

65 Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ . Известны площади треугольников:  $S_{PBP} = 6, S_{BCP} = 9, S_{CDP} = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ADP$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

66 На стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) взята точка  $K$  так, что  $AK:KB = 2:3$ . Точка  $O$  — пересечение отрезков  $KC$  и  $BD$ , точка  $M$  — пересечение двух прямых: одна из них проходит через точки  $A$  и  $D$ , другая — через  $K$  и  $C$ . Известно, что  $AD:BC = 2:1$ . Найдите отношение площадей треугольников  $OBC$  и  $OCD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 67 На боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  взята точка  $K$  так, что  $AK:KB = 3:1$ . Точка  $O$  — пересечение отрезков  $KC$  и  $BD$ , точка  $M$  — пересечение двух прямых: одна из них проходит через точки  $A$  и  $D$ , другая — через  $K$  и  $C$ . Известно, что  $AD:BC = 5:2$ . Найдите отношение площадей треугольников  $OBC$  и  $OCD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 68 Диагонали трапеции  $MNPQ$  пересекаются в точке  $O$  и делятся этой точкой в отношении  $1:4$ . Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника  $NOP$  равна 16.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 69 В прямоугольнике  $MNPQ$  точка  $A$  лежит на прямой  $MN$  так, что  $\angle MAQ = \angle QAP$ . Найдите  $AM$ , если  $PQ = 2$ ,  $PN = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 70 В окружности с радиусом 10 проведены две параллельные хорды длинами 12 и 16. Найдите расстояние между хордами.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 71 Прямая касается окружностей радиусов 2 и 6 в точках  $B$  и  $C$ . Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 10. Найдите длину  $BC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 4.2. Стереометрия

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* пирамида, призма, тела вращения, комбинации тел.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–52 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Ребро куба равно  $3\sqrt{2}$ . Найдите диагональ грани куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Ребро куба равно  $4\sqrt{3}$ . Найдите диагональ куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Ребро куба равно  $2\sqrt[3]{2}$ . Найдите объём куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Ребро куба равно  $2\sqrt{2}$ . Найдите площадь полной поверхности куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

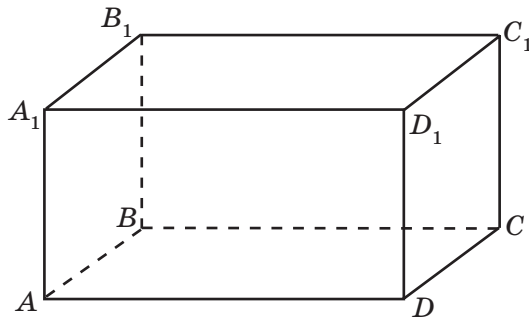
5 Диагональ грани куба равна  $2\sqrt{2}$ . Найдите объём куба.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Диагональ куба равна  $6\sqrt{3}$ . Найдите объём куба.

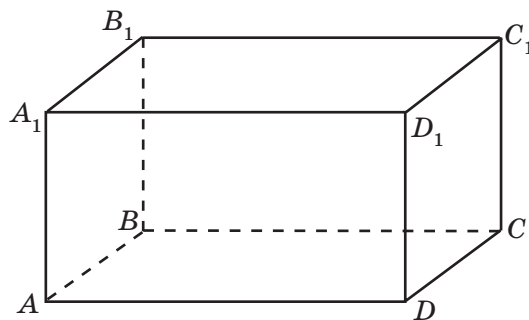
Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Объём прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 24. Найдите объём пирамиды  $D_1 ABCD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Объём прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 96. Найдите объём пирамиды  $D_1 ACD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 13  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 6$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите площадь диагонального сечения  $ADC_1 B_1$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма. Найдите угол между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ . Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма,  $AB = 4$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны  $2\sqrt{2}$ . Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна апофеме. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18 В правильной четырёхугольной пирамиде известны длина стороны основания 12 и длина высоты 8. Найдите расстояние от вершины пирамиды до ребра основания.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19 В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 12 найдите расстояние от высоты пирамиды до стороны основания.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Найдите площадь сечения правильной четырёхугольной пирамиды, проходящего через высоту и боковое ребро, если сторона основания пирамиды равна  $2\sqrt{2}$ , а высота равна 2.
- Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра ( $S$ ), если его ребро равно 6. В ответе запишите  $S\sqrt{3}$ .
- Ответ: \_\_\_\_\_.

**22** Найдите площадь полной поверхности правильного октаэдра, если площадь его одной грани равна 15.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

**23** Объём правильной треугольной пирамиды равен 12. Найдите расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания, если площадь основания пирамиды равна 4.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**24** Дана правильная треугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в призму цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Дана правильная треугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём описанного около призмы цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Дана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в призму цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Дана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём описанного около призмы цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Дана правильная шестиугольная призма со стороной основания 4 и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в призму цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Дана правильная шестиугольная призма со стороной основания  $4\sqrt{3}$  и высотой  $\frac{4}{\pi}$ . Найдите объём описанного около призмы цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.



30 Найдите образующую конуса, если его высота равна 8, а диаметр основания равен 12.

Ответ: \_\_\_\_\_.

31 Найдите высоту конуса, если его образующая, равная 12, наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

32 Из квадрата, со стороной  $2\pi$ , свёрнута боковая поверхность цилиндра. Найдите радиус основания цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

33 Найдите площадь основания цилиндра ( $S$ ), который получен вращением прямоугольника со сторонами 4 и 3 вокруг меньшей стороны.

В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

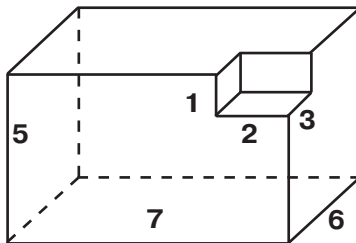
34 Вычислите длину окружности основания конуса ( $C$ ), если развёрткой его боковой поверхности является сектор, радиус которого равен 6, а центральный угол  $120^\circ$ . В ответе запишите  $\frac{C}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Высота конуса равна половине образующей. Определите градусную меру угла, который составляет образующая с плоскостью основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

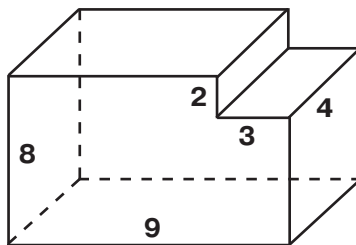
36 Найдите объём и площадь полной поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

37

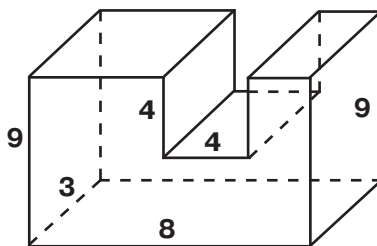
Найдите объём и площадь полной поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

38

Найдите объём и площадь полной поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника — прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

39

Шар радиуса 13 пересечён плоскостью, находящейся на расстоянии 5 от его центра. Найдите радиус получившегося сечения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

40

Найдите радиус сферы, если площадь сферы равна  $64\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41

Найдите радиус шара, если его объём равен  $288\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42

Вершины квадрата лежат на сфере радиуса 10. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости квадрата, если сторона квадрата равна  $6\sqrt{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

43

Две параллельные плоскости касаются сферы радиуса 5. Найдите расстояние между плоскостями.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 44 Радиусы двух параллельных сечений сферы равны  $6\sqrt{2}$ . Расстояние между секущими плоскостями равно  $12\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 В куб с ребром 2 вписана сфера, найдите её радиус.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Около куба с ребром  $2\sqrt{3}$  описана сфера. Найдите её радиус.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в пирамиду конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём описанного около пирамиды конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Дана правильная четырёхугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в пирамиду конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Дана правильная четырёхугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём описанного около пирамиды конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 51 Дана правильная шестиугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём вписанного в пирамиду конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 52 Дана правильная шестиугольная пирамида со стороной основания 6 и высотой  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объём описанного около пирамиды конуса.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**53**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 D$  и плоскостью  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**54**  $ABCA_1 B_1 C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 M$  и плоскостью  $ABC$ , где точка  $M$  — середина  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**55**  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 D$  и плоскостью  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**56**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 D$  и плоскостью  $DCC_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**57**  $ABCA_1 B_1 C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между  $B_1 A$  и плоскостью  $BCC_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**58**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостью  $ADC_1$  и плоскостью  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**59**  $ABCA_1 B_1 C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**60**  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1 BC_1$  и плоскостью  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**61**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 62  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 63  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до ребра  $AB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 64  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до прямой  $AB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 65  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $AB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 66  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $DB$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 67  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  — правильная призма.  $AB = 4$ . Найдите расстояние между прямыми  $CC_1$  и  $AF$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 68 Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причём  $AC = 4$ ,  $\angle C = 120^\circ$ , боковое ребро  $AA_1$  равно 8. Найдите площадь сечения  $A_1B_1C$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 69 Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причём  $AC = 4$ ,  $\angle C = 120^\circ$ , боковое ребро  $AA_1$  равно 8. Найдите угол между плоскостями  $ABB_1$  и  $A_1CB_1$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 70 Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ , причём  $AC = 4$ ,  $\angle C = 120^\circ$ . Найдите расстояние между прямыми  $AC$  и  $BB_1$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

71

В основании прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — ромб  $ABCD$  с углом  $A$ , равным  $60^\circ$ , и стороной  $AB = 4$ . Известно, что высота  $AA_1$  равна  $2\sqrt{3}$ . Определите угол между плоскостью  $ABC$  и плоскостью сечения, проходящего через прямые  $AB$  и  $C_1 D_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

72

В наклонном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром  $AA_1$  и рёбрами  $BB_1$  и  $DD_1$  соответственно равно 6 и 8, а расстояние между  $AA_1$  и  $C_1$  равно 10. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Ответ: \_\_\_\_\_.

73

В наклонном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  боковое ребро равно 5. Расстояние между ребром  $AA_1$  и рёбрами  $BB_1$  и  $DD_1$  соответственно равно 6 и 8, а расстояние между  $AA_1$  и  $C_1$  равно 10. Найдите объём параллелепипеда.

Ответ: \_\_\_\_\_.

74

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

75

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

76

В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна  $2\sqrt{2}$ , а высота равна 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

77

В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

78

В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 79 В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 2 и равна высоте пирамиды. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 80 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $4\sqrt{3}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объём пирамиды.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 81 Основанием треугольной пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 12 и 16. Каждое боковое ребро пирамиды равно 26. Найдите объём пирамиды.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 82 В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами  $3\sqrt{3}$ ; 11 и углом в  $30^\circ$  между ними. Все боковые рёбра пирамиды равны 8. Найдите объём пирамиды.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 83 В треугольной пирамиде все боковые рёбра равны 15,5. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 7, 15, 20. Найдите объём пирамиды.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 84 В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами  $\sqrt{2}$ ; 8 и углом в  $45^\circ$  между ними. Все боковые рёбра пирамиды равны 7. Найдите объём пирамиды.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 85 Найдите площадь боковой поверхности четырёхугольной пирамиды, если в основании пирамиды лежит ромб с диагоналями 30 и 40 и все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 86 Основанием четырёхугольной пирамиды является ромб с диагоналями 30 см и 40 см. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом. Найдите боковую поверхность пирамиды, если её высота равна 16 см.  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 87 В четырёхугольной пирамиде  $SABCD$ , основанием которой является прямоугольник, длины рёбер  $SC = 8$ ,  $CD = 6$ , а ребро  $SB \perp ABC$ . Угол между плоскостями  $SCD$  и  $ABC$  равен  $30^\circ$ . Во сколько раз площадь основания больше площади грани  $SBC$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

88 Основанием пирамиды служит прямоугольник, площадь которого равна  $36\sqrt{3}$ . Две боковые грани перпендикулярны к основанию, а две другие образуют с плоскостью основания углы  $45^\circ$ ,  $30^\circ$ . Найдите объём пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

89 В основании четырёхугольной пирамиды  $ABCD$  лежит квадрат со стороной, равной 4. Боковые грани  $FAD$  и  $FCD$  перпендикулярны плоскости основания пирамиды, а высота пирамиды равна диагонали её основания. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $AC$  параллельно прямой  $FB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

90 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 12. Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объём вписанного в пирамиду конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.

91 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 12. Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объём описанного около пирамиды конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.

92 Дана правильная четырёхугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объём вписанного в пирамиду конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.

93 Дана правильная четырёхугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объём описанного около пирамиды конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.

94 Дана правильная четырёхугольная пирамида со стороной основания  $2\sqrt{6}$ . Боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности вписанного в пирамиду конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.

95 Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания  $4\sqrt{3}$ . Боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности описанного около пирамиды конуса.

Ответ: \_\_\_\_\_.



## 5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

### Часть 1

#### Профильный уровень

**1** Пусть  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = 3 + i$

Выполните действия:

- 1)  $z_1 + z_2$ ;    2)  $z_2 + z_1$     3)  $z_1 - z_2$ ;    4)  $z_2 - z_1$ ;  
5)  $z_1 \cdot z_2$ ;    6)  $z_2 \cdot z_1$     7)  $z_1^2$ ;    8)  $z_2^2$ ;  
9)  $\bar{z}_1$ ;    10)  $\bar{z}_2$ ;    11)  $z_1 \cdot \bar{z}_1$ ;    12)  $z_2 \cdot \bar{z}_2$ ;  
13)  $z_1 : z_2$     14)  $z_2 : z_1$

**2** Пусть  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = 5 + i$ .

Выполните действия:

- 1)  $z_1 + z_2$ ;    2)  $z_2 + z_1$     3)  $z_1 - z_2$     4)  $z_2 - z_1$ ;    5)  $z_1 \cdot z_2$ ;  
6)  $z_2 \cdot z_1$     7)  $z_1^2$     8)  $z_2^2$ ;    9)  $z_1$ ;    10)  $z_2$ ;  
11)  $z_1 \cdot \bar{z}_1$ ;    12)  $\bar{z}_2 \cdot \bar{z}_2$ ;    13)  $z_1 : z_2$     14)  $z_2 : z_1$

**3** Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z| = 5.$$

**4** Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z + 3| = 4.$$

**5** Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z - 3 + 4i| = 2.$$

**6** Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z - (-3 - i)| = |z - (3 + 7i)|.$$

**7**

Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z - (-3 - i)| = |z - (3 + 7i)| = |z - (3 - i)|.$$

**8**

Изобразите на комплексной плоскости решение уравнения:

$$|z - (-3 - i)| = |z - (3 + 7i)| = |z - (3 - i)| = |z - (-3 + 7i)|.$$

**9**Про комплексное число  $z$  известно, что  $|z - 3i| = 4$ . Найдите наименьшее и наибольшее значения  $|z|$ .**10**Про комплексное число  $z$  известно, что  $|z - 6i| = |z - 2i|$ . Найдите наименьшее значение  $|z|$ .**11**Про комплексное число  $z$  известно, что  $|z - (-3 - i)| = |z - (3 + 7i)|$ . Найдите наименьшее значение  $|z|$ .

## II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5–11 классы)

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: рациональные неравенства; системы неравенств; комбинированные неравенства; неравенства с параметром.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–59 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Укажите наименьшее целое решение неравенства  $-x + 0,5(x + 4) < 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Найдите число целых решений неравенства  $-3 \leq \frac{x}{4} - 1 < 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Укажите середину промежутка, на котором выполняется неравенство

$$-x^2 - 2x + 3 \geq 0.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Сколько целочисленных решений неравенства  $x^2 + 9 > 6x$  принадлежат отрезку  $[1; 6]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $4 \leq x^2 \leq 9$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите неравенство  $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Сколько целочисленных решений имеет система неравенств  $\begin{cases} x^2 \leq 9, \\ 4x^2 + 4x + 1 < 0? \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Сколько целочисленных решений имеет система неравенств  $\begin{cases} x^2 \leq 1, \\ -x^2 - 6x - 10 < 0? \end{cases}$   
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Сколько целочисленных решений имеет система неравенств  $\begin{cases} x^2 + 2x \leq 0, \\ -x^2 - 6x - 10 > 0? \end{cases}$   
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Найдите наименьшее целое решение неравенства  $(x - 3)(x + 4)(7 - x) \leq 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $\frac{1}{x} > 2$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Укажите наибольшее целое решение неравенства  $(x - 1)(4 - x)(x + 5) \geq 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $\frac{(4x-4)(4-x)}{5-x} \leq 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 Укажите наименьшее натуральное число, входящее в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x+9}{x-19}}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $(x+5)^2 \leq 25 - x^2$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  

$$-7 < 3 - 2x < 13.$$
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 Сколько целочисленных решений имеет система неравенств:  $\begin{cases} 3x - 4 > 5, \\ 2,5x \leq 10? \end{cases}$   
 Ответ: \_\_\_\_\_.

## Профильный уровень

**18** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства

$$2 \cdot x^{-1} < 5.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** Укажите наименьшее значение  $x$ , при котором имеет смысл выражение

$$3\sqrt{x-17}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**20** Найдите наименьшее решение неравенства  $(x - 3)(x + 4)^2 \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**21** Сколько целочисленных решений неравенства  $(x - 3)(x + 4)^2 > 0$  принадлежат отрезку  $[1; 7]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**22** Сколько целочисленных решений неравенства  $(x - 3)(x + 4)^2 \leq 0$  принадлежат отрезку  $[0; 7]$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $(x - 3)(x + 4)^2 < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**24** Укажите наименьшее натуральное число, входящее в область определения функции

$$y = \frac{x+7}{\sqrt{x^2+x-12}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Укажите наибольшее целое решение неравенства  $\frac{(x^2 - 10x + 25)x}{x^2 - 9} < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Укажите число целых решений неравенства  $\frac{(x+2)(x-4)}{-x^2+4x-4} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Найдите наименьшее решение неравенства  $\sqrt{x+4}(x-7) \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\sqrt{x+4}(x-7) > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства

$$\sqrt{x+4}(x-7) \leq 0.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x+14}{7-x}}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Сколько целых чисел входит в область определения функции  $y = \frac{\sqrt{7x-x^2}}{x-4}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Укажите наименьшее целое число, входящее в область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{\sqrt{x+14}}{x-7}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Укажите наименьшее целое число, входящее в область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{x+14}}{\sqrt{x-7}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Найдите наибольшее целое решение неравенства  $\frac{x^2-16}{1+4x-5x^2} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**35** Найдите сумму целых решений неравенства  $\frac{\sqrt{x^2-4}}{(8-x)x} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Решите систему неравенств и укажите наибольшее целое решение:

$$\begin{cases} 5x - 4(2x - 1) > 3(x + 2), \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** При каком значении  $a$  решением неравенства  $ax < 5$  является промежуток  $(-\infty; +\infty)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** Найдите корень уравнения  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9} = 0$ , удовлетворяющий неравенству  $-(5 - 2x) > -(6,5 - 3x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** Среди решений уравнения  $\frac{2x - 2}{x + 3} + \frac{x + 3}{x - 3} = 5$  найдите те, которые не удовлетворяют неравенству  $-x^2 - 7x + 8 > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Найдите сумму целых решений неравенства  $\frac{9 - x^2}{3x^2 - 2x - 1} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Укажите число целых решений неравенства  $\frac{(x - 2)\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{5 - x} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Укажите среднее арифметическое целых решений неравенства  $\frac{(x^2 + 7)(3 - x)}{x + 4} > 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\frac{x^2 + 12x + 36}{5 - x} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**44** Решите неравенство  $\frac{x^2 + 4x - 5}{-x^2 - 6x + 7} \leq 0$ . В ответе укажите наименьшее натуральное решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Найдите наименьшее целое решение неравенства  $\frac{x+6}{x-5} > 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Укажите сумму целых чисел, не являющихся решением неравенства

$$\frac{4x^2 - 3x - 1}{2x^2 + 3x + 1} > 0.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Найдите наибольшее целое решение двойного неравенства  $-1 \leq \frac{x+1}{2-x} < 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Найдите целое решение неравенства  $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{8}{x^2-1} < 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Укажите число целых решений неравенства  $(4x-1)^2 - 9(1-4x) \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

50 Укажите наименьшее значение  $x$ , при котором выражение  $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+3}$  имеет смысл.

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Решите систему неравенств:  $\begin{cases} x^3 - 4x^2 \geq 0, \\ x \leq 0. \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Найдите произведение натуральных решений неравенства  $\frac{x^3 - 27}{x^4 - \frac{16}{81}} \leq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Найдите сумму натуральных решений неравенства  $\frac{x^3 - 4x^2 + x - 4}{2-x} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



54 Укажите целое число, входящее в область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{-5}{x^2 - 6x + 8}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

55 Решите неравенство  $x^4 + 2x^2 - 3 \leq 0$ . В ответе запишите длину промежутка, на котором выполняется неравенство.

Ответ: \_\_\_\_\_.

56 Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \leq 0, \\ x^4 - 81x + 2006 > 0. \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

57 Укажите количество целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

58 Укажите количество целых чисел, входящих в область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{\sqrt{-x^2 + 36}}{x + 2}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

59 Укажите количество целых решений неравенства  $\frac{x^2 + 2x - 8}{-x^2 + 5x - 6} \geq 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

60 Решите неравенство  $\frac{\sqrt{20 + x - x^2}}{2x - 3} \leq \frac{\sqrt{20 + x - x^2}}{x - 6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**61** Решите неравенство  $\frac{(x^4 - 2x^3 + 2x - 1)(x^2 - 4x + 4)}{7 - 6x - x^2} \geq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**62** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 - 1}(x^2 + 3x - 18)(4x^2 - 4x + 1)}{(x^2 - 5x + 6)(3x^2 - 8x + 14)} \leq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**63** При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $\frac{x - 2a - 1}{x - a} < 0$  справедливо для любых  $x \in [1; 2]$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**64** Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $\frac{x - 2a - 4}{x + 3a - 2} \leq 0$  выполняется для всех  $x \in [1; 3]$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**65** Укажите число целых решений неравенства  $(x^2 - 9)(\operatorname{ctg}^2 x + 2) < 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**66** Укажите число целых решений неравенства  $(x^2 - 9)(\sin^2 x + 2) < 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**67** Укажите число целых решений неравенства  $(x^2 - 9)(\ln^2 x + 1) \leq 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**68** Укажите число целых решений неравенства  $(x^2 - 9)(\arcsin^2 x + 1) < 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**69** Укажите число целых решений неравенства  $(x^2 - 9)(\sqrt{x} + 1) < 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**70** Укажите число натуральных решений неравенства  $(x^2 - 9)(\sqrt[3]{x} + 1) < 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* область определения функции; множество значений функции; периодичность; возрастание (убывание); экстремумы функции; наибольшее (наименьшее) значение функции; ограниченность; сохранение знака функции; связь между свойствами функции и её графиком; значения функции.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–77 являются целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

**1** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \frac{6}{x}$  на отрезке  $[1; 12]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{6}{x}$  на отрезке  $[1; 12]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -\frac{10}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = -\frac{10}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на отрезке  $[11; 24]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на промежутке  $(11; 24)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на отрезке  $[11; 24]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = -2x - 11$  на промежутке (11; 24).  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x - 8$  на отрезке [11; 24].  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = 3x - 8$  на промежутке (11; 24).  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 Найдите наибольшее значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на отрезке [1; 3].  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Найдите наибольшее целое значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на промежутке (1; 3).  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 Найдите наименьшее значение функции  $y = -4x^2 + 3$  на отрезке [1; 3].  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 + 10x$  на отрезке [0; 7].  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 + 10x$  на промежутке (0; 7).  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = 0,2^x$  на отрезке [-1; 2].  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17 Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = 0,2^x$  на промежутке (-1; 2).  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18 Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = 2^x$  на промежутке (-1; 2).  
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = \log_3 x$  на отрезке  $[1; 243]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20 Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = \log_3 x$  на промежутке  $(1; 243)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21 Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$  на отрезке  $[1; 27]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$  на промежутке  $(1; 27)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23 Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = \sqrt{x+1}$  на промежутке  $(0; 63)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24 Найдите наименьшее целое значение функции  $f(x) = \sqrt{x+8}$  на промежутке  $(12; 56)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25 Найдите наибольшее целое значение функции  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  на промежутке  $(0; 83)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 26 Найдите наибольшее значение функции  $g(x) = 7\sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 27 Найдите наибольшее целое значение функции  $g(x) = 7\sin x$  на промежутке  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

28 Найдите наибольшее целое значение функции  $g(x) = 7\sin x$  на промежутке  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

29 Найдите наименьшее значение функции  $g(x) = 8\cos x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

30 Найдите наименьшее целое значение функции  $g(x) = 8\cos x$  на промежутке  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

31 Найдите наибольшее целое значение функции  $g(x) = 4\sqrt{3}\operatorname{tg} x$  на промежутке  $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

32 Найдите наименьшее целое значение функции  $g(x) = 4\sqrt{3}\operatorname{ctg} x$  на промежутке  $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

33 Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = 3\sin x + 4$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

34 Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции  $f(x) = \sin(3x) + 4$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = \frac{\sin x}{3} + 4?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = 3\cos^2 x + 2?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = 3\cos^3 x + 2?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = 6\sin x \cos x?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = 5(\cos^2 x - \sin^2 x)?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = \cos x \sin 16^\circ - \sin x \cos 16^\circ?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$f(x) = 4\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{35}{\cos x + 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{35}{\sin x + 3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 Найдите наибольшее значение функции  $y = \log_3(27 - x^2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_{\frac{1}{3}}(81 - x^2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Какого значения функция  $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Какого значения функция  $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Какого значения функция  $y = \frac{5x + 1}{2x + 1}$  не достигает ни при каком действительном значении  $x$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Какое число не входит в область определения функции  $y = \frac{5x + 1}{2x + 1}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

50 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \sqrt{6 - x} + \sqrt[4]{x + 2}?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.



**53** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{\sqrt[4]{x+2}}?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**54** Сколько натуральных чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{x-2}?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**55** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \frac{\sqrt[4]{16-x^2}}{x+2}?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**56** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \sqrt[4]{4x-x^2} + \log_5(x-2)?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**57** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \sqrt[4]{4x-x^2} + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**58** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \sqrt[4]{4x-x^2} + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**59** Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \log_2(10-x^2)?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

60 Сколько целых чисел содержится в области определения функции

$$g(x) = \log_{10-x^2} x?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

61 Укажите, сколько целых чисел содержит область определения функции

$$y = \log_4 \frac{4-x}{x+2}.$$

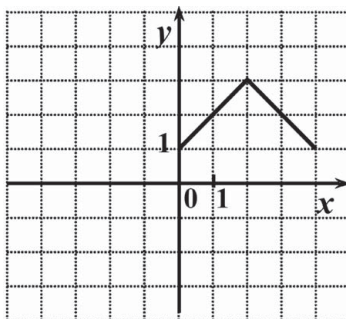
Ответ: \_\_\_\_\_.

62 Укажите, сколько целых чисел входит в область определения функции

$$y = \sqrt[4]{\frac{4-x}{x+2}}.$$

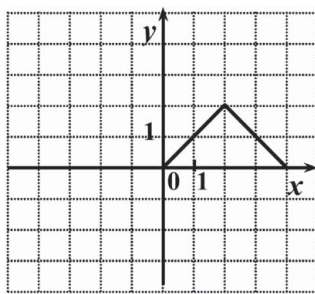
Ответ: \_\_\_\_\_.

63 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является чётной. На рисунке изображён график этой функции при  $0 \leq x \leq 4$ . Найдите  $f(-1)$ .



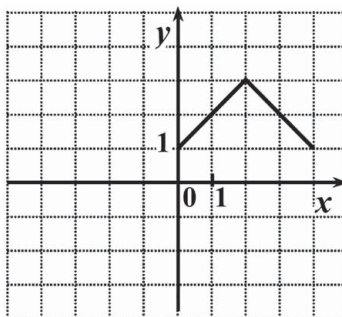
Ответ: \_\_\_\_\_.

64 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является нечётной. На рисунке изображён график этой функции при  $0 \leq x \leq 4$ . Найдите  $f(-3)$ .



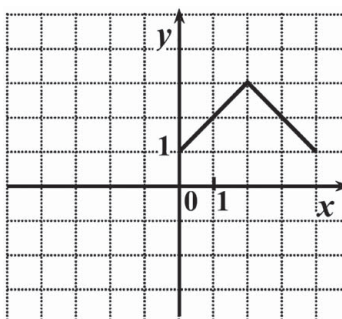
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 65 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображён график этой функции при  $0 \leq x < 4$ . Найдите  $f(-3)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 66 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображён график этой функции при  $0 \leq x < 4$ . Найдите  $f(2010)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 67 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является чётной. На промежутке  $(0; 6)$  она задаётся формулой  $f(x) = (x - 3)^2$ . Найдите  $f(-2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 68 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является нечётной. На промежутке  $(0; 6)$  она задаётся формулой  $f(x) = 6x - x^2$ . Найдите  $f(-2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 69 Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 6. На промежутке  $(0; 6)$  она задаётся формулой  $f(x) = 6x - x^2$ . Найдите  $f(-2) \cdot f(99)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

70 Нечётная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 2,1 + f(x - 4)$  вычислите  $g(1) + g(3) + g(5) + g(7)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

71 Нечётная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,1 + f(x - 4)$  вычислите  $g(2) + g(3) + g(5) + g(6)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

72 Чётная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,3 + f(x - 3)$  вычислите  $g(1) + g(2) - g(4) - g(5)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

73 Чётная функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой. Для функции  $g(x) = 1,2 + f(x - 3)$  вычислите  $g(0) + g(2) - g(4) - g(6)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

74 Нечётная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = x(x - 7)(x^2 - x - 12)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

75 Нечётная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = x(x - 7)(x^2 - x - 12)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

76 Чётная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = (x^3 - 4x)(0,5^x - 2)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

77 Чётная функция  $g(x)$  определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной  $x$  значение этой функции совпадает со значением функции  $f(x) = (x^3 - 4x)(0,5^x - 2)$ . Укажите число корней уравнения  $g(x) = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**78** Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{9,6+0,2x-x^2}}{\sin x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**79** Найдите область определения функции  $y = \operatorname{tg} x \cdot \sqrt{6,4-2,4x-x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**80** Найдите множество значений функции  $y = \log_{0,5}(\sin x + 5)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**81** Найдите множество значений функции  $y = \log_3(x - |x| + 3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**82** Найдите множество значений функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3-\sin x}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**83** При каких значениях  $a$  функция  $y = x^2 + (a-2)x + 0,25$  не принимает отрицательных значений?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**84** Пусть  $f(x) = x + 3^x$ . Решите неравенство  $f(x) > 30$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**85** Пусть  $f(x) = -x + \log_{0,5} x$ . Решите неравенство  $f(x) \geq -3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**86** При каком значении  $a$  область определения функции  $y = \sqrt[6]{-x^2 + 4x + a} + \sqrt{x-3}$  состоит из одной точки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**87** При каком значении  $a$  область определения функции  $y = \sqrt[6]{-x^2 + 6x + a} + \sqrt{x-4}$  состоит из одной точки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

### 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* задачи на движение, на работу, на проценты и на сложные проценты, на десятичную форму записи числа, на смеси и сплавы; практико-ориентированные задачи.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–43 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

**1** В коробку помещается  $1,4 \text{ м}^2$  керамической плитки размером  $20 \times 20 \text{ см}$ . Плитка продаётся коробками.

- а) Сколько плиток в коробке?
- б) Какое минимальное количество полных коробок нужно купить, если требуется 60 плиток?
- в) Сколько плиток требуется для полного обкладывания стены площадью  $12 \text{ м}^2$ ?
- г) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $9 \text{ м}^2$ ?
- д) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $8 \text{ м}^2$ , в которой есть дверь размером  $2 \times 0,7 \text{ м}$ ?
- е) Какое минимальное количество коробок плитки надо купить для полного обкладывания стены площадью  $7 \text{ м}^2$  с учётом 15% запаса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На три полки поставили 278 книг. На первую из них поставили на 14 книг больше, чем на вторую. На третью полку — в 2 раза больше, чем на вторую. Сколько книг поставили на первую полку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** На склад привезли 126 тонн яблок, груш и слив. Яблок оказалось в 4 раза больше, чем груш. Слив на 18 тонн меньше, чем груш. Сколько тонн яблок привезли на склад?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Катер прошёл 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 8 мин, вторая — 10 мин. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Двое рабочих изготавливают по одинаковому количеству деталей. Первый выполнил эту работу за 6 ч, второй за 4 ч, так как изготовлял в час на 14 деталей больше первого. Сколько деталей изготовил второй рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** В связи с распродажей диван подешевел на 20% и теперь стоит 12 000 рублей. Сколько диван стоил до распродажи?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Некоторое число уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить результат, чтобы получить первоначальное число?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Вкладчик положил в банк 10 000 рублей из расчёта 1% годовых. Каким будет его вклад через один год?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Банк в конце года начисляет 4% годовых к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 2500 рублей через один год?

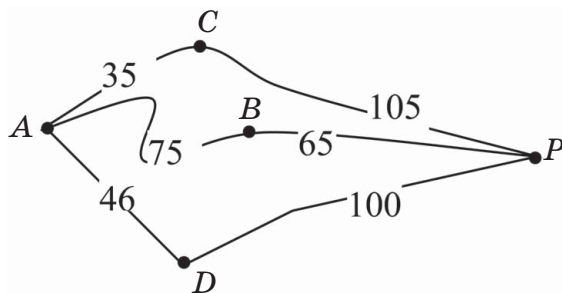
Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Магазин в первый день продал 40% имеющихся овощей. За второй день он продал 80% овощей, проданных в первый день. В третий день — оставшиеся 28 кг. Сколько килограммов овощей было в магазине первоначально?

Ответ: \_\_\_\_\_.

13

Водитель машины собирается проехать из пункта  $A$  в пункт  $P$ , в который ведут три маршрута: через пункт  $B$ , через пункт  $C$  и через пункт  $D$ . Расстояния в километрах между соседними пунктами показаны на схеме. Известно, что если ехать через  $C$ , то средняя скорость автобуса будет равна  $50$  км/ч, если ехать через  $B$  —  $56$  км/ч, если ехать через  $D$  —  $58$  км/ч. Водитель выбрал маршрут так, чтобы доехать до пункта  $P$  за наименьшее время. Сколько часов он будет в пути?



Ответ: \_\_\_\_\_.

14

Конфеты продаются в трёх различных упаковках. В  $300$ -граммовой упаковке они стоят  $27$  рублей, в  $500$ -граммовой упаковке они стоят  $41$  рубль, а в  $900$ -граммовой упаковке —  $77$  рублей. Покупатель выбрал самую выгодную упаковку. Сколько он заплатил за две упаковки таких конфет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

15

На строительстве стены первый каменщик работал  $5$  дней один. Затем к нему присоединился второй, и они вместе закончили работу через  $4$  дня. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на  $5$  дней больше, чем второму. За сколько дней может построить эту стену первый каменщик, работая один?

Ответ: \_\_\_\_\_.

16

За определённое время на заводе собирают  $90$  автомобилей. Первые  $3$  ч на заводе выполняли установленную норму, а затем стали собирать на один автомобиль в час больше. Поэтому за час до срока уже было собрано  $95$  автомобилей. Сколько автомобилей в час должны были собирать на заводе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

17

Два велосипедиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно  $54$  км, и встречаются через  $2$  ч. Определите скорость каждого велосипедиста, если скорость у одного из них на  $3$  км/ч больше, чем у другого.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**18** Два пешехода отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 50 км, и встречаются через 5 ч. Определите скорость первого пешехода, если его скорость на 2 км/ч больше, чем у другого.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** Найдите двузначное число, если частное от деления искомого числа на сумму его цифр равно 4, а частное от деления произведения его цифр на сумму цифр равно 2.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**20** Найдите двузначное число, если произведение его цифр в 6 раз меньше самого числа, а если к исходному числу прибавить 9, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**21** К 40% -ному раствору соляной кислоты добавили 50 г чистой кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найдите первоначальный вес раствора.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**22** Какое количество воды нужно добавить в 1 литр 9% -ного раствора уксуса, чтобы получить 3% -ный раствор?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Цена изделия составляла 1000 рублей и была снижена сначала на 10%, а затем ещё на 20%. Какова окончательная цена товара?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**24** Цену товара повысили на 25%, затем новую цену повысили ещё на 10% и, наконец, после перерасчёта произвели повышение цены ещё на 12%. На сколько процентов повысили первоначальную цену товара?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Сберегательный банк в конце года начисляет 3% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 1000 рублей через 2 года?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения двух лет она выросла на 304,5 рубля при 3% годовых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** В первый день со склада было отпущено 20% имевшихся яблок. Во второй день — 180% от того количества яблок, которое было отпущено в первый день. В третий день — оставшиеся 88 кг яблок. Сколько килограммов яблок было на складе первоначально?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Изделие, цена которого 500 рублей, сначала подорожало на 10%, а затем ещё на 20%. Какова окончательная цена изделия?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Цену на некоторый товар сначала снизили на 30%, а затем повысили на 20%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Цену некоторого товара снизили на 15%, а потом ещё на 20%. Найдите общий процент снижения цены.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Цена первого товара повысилась на 30%, а потом ещё на 5%. Цена второго товара повысилась на 25%. После повышения цены товаров сравнялись. Найдите, на сколько процентов первоначальная цена одного товара больше первоначальной цены другого товара.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

**32** Сумма двух чисел равна 1100. Найдите наибольшее из них, если 6% одного из них равны 5% другого.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Зарплата была повышена два раза за один год. При таком повышении рабочий стал получать вместо 1000 рублей за один день 1254,4 рубля. Определите, на сколько процентов повысилась зарплата.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 34** Сберегательный банк в конце года начисляет 2% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 5000 рублей через 3 года?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 35** Найдите первоначальную сумму вклада (в рублях), если после истечения трёх лет она выросла на 765,1 рубля при 2% годовых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 36** Сберегательный банк в конце года начисляет 5% к сумме, находившейся на счету. На сколько процентов увеличится первоначальный вклад в 2000 рублей через 2 года?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 37** Для перевозки 25 тонн груза на 900 км можно использовать одну из транспортных компаний, причём у каждой из них автомобили определённой грузоподъёмности. Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку товара за один рейс?

Транспортная компания	Стоимость перевозки одной машиной (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобиля (тонн)
А	1000	2
В	1200	2,5
С	1300	3

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 38** Для сборки шкафа требуется заказать 8 одинаковых зеркал площадью 0,3 м<sup>2</sup> каждое у одного из трёх производителей. В таблице приведены цены на зеркала, а также на резку и обработку края. Сколько рублей придётся заплатить за самый дешёвый заказ?

Производитель	Стоимость зеркала (руб. за 1 м <sup>2</sup> )	Резка и обработка (руб. за одно зеркало)
А	600	100
В	650	90
С	700	80

Ответ: \_\_\_\_\_.

39

Строительной компании необходимо купить 25 тонн кирпича у одного из трёх поставщиков. Вес одного кирпича 2,5 кг. Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый заказ с учётом доставки? Ответ дайте в тысячах рублей.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	35	11 000	
В	36	15 000	При заказе на сумму свыше 350 000 руб. доставка бесплатно
С	34	20 000	При заказе на сумму свыше 330 000 руб. доставка со скидкой 10%

Ответ: \_\_\_\_\_.

40

Для одного из заводов зависимость объёма спроса на продукцию  $m$  (единиц в неделю) от её цены  $n$  (тысяч рублей) определяется по формуле  $m = 140 - 10n$ . Найдите наибольшую цену (в тысячах рублей), при которой значение выручки за неделю  $k = m \cdot n$  составит не менее 450 000 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

41

Прибыль фабрики в неделю вычисляется по формуле  $m(t) = t(k - n) - r$ . Фабрика продаёт свою продукцию по цене  $k = 300$  рублей за штуку, затраты на производство единицы продукции составляют  $n = 100$  рублей за штуку, а расходы за неделю  $r = 200\,000$  рублей. Найдите наименьший объём производства  $t$  (шт.), при котором прибыль фабрики составит не менее 100 000 рублей в месяц.

Ответ: \_\_\_\_\_.

42

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота его над землёй описывается по формуле  $h(t) = -2t^2 + 26t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее со времени броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 72 м?

Ответ: \_\_\_\_\_.

43

Велосипедист, едущий по городу со скоростью  $v_0 = 5$  км/ч, выезжает из города на трассу и начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 4$  км/ч<sup>2</sup>.

Расстояние велосипедиста до города определяется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ .

Найдите наибольшее время в минутах, в течение которого велосипедист будет находиться в зоне функционирования местной телефонной связи, если оператор гарантирует покрытие не далее чем 12 км от города.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## 4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–53 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Решите уравнение  $|2x - 7| = 5$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Укажите число корней уравнения  $|2x^2 - 7| = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Решите уравнение  $|14 - 6^x| = 22$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Решите уравнение  $\left|\left(\frac{1}{6}\right)^x - 7\right| = 29$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $|2\log_2 x - 1| = 3$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Решите уравнение  $|2\sin x - 1| = 3$ . В ответе укажите наименьший положительный корень (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Решите уравнение  $|2\cos x + 1| = 3$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Решите уравнение  $|1 - 5\sqrt{x}| = 14$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Решите уравнение  $|5\sqrt[4]{x} - 1| = 19$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Решите уравнение  $|0,5\sqrt[3]{x} - 1| = 2$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|x - 3| < 4$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

**12** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $\sqrt{x^4 - 6x^2 + 9} < 6$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Сколько натуральных чисел являются решением неравенства  $|7^x - 3| \leq ?$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(-3; 3)$  являются решением неравенства

$$\left| \left( \frac{1}{7} \right)^x - 3 \right| \leq 4?$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\lg x| \leq 2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\log_{0,25} x| \leq 2$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\sqrt[3]{x}| \leq 3$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18** Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|\sqrt{x} - 1| \leq 2$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|2 - x| > 9$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|x^2 - 3| > 17$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21** Укажите наименьшее натуральное решение неравенства  $|\sqrt{x} - 2| > 17$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(20; 30)$ , являются решением неравенства  $|\log_5 x - 3| > 1$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23** Сколько целых чисел, принадлежащих промежутку  $(-3; 3)$ , являются решением неравенства  $|2^x - 5| > 1$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 24** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $(0,2)^{|2x-1|} \geq \frac{1}{25}$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 25** Укажите середину промежутка, являющегося решением неравенства  $(0,5)^{|4x+1|} \geq \frac{1}{8}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $\log_{\frac{1}{6}}|3x-3| \geq -1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Сколько целых чисел являются решением неравенства  $\log_{0,25}|2x-8| \geq -2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Решите уравнение  $|x-3|=3x+1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Решите уравнение  $|x^2-3|=3x^2-1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Решите уравнение  $|\sqrt{x}-3|=3\sqrt{x}+1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Решите уравнение  $|2^x-3|=3 \cdot 2^x-1$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** Решите уравнение  $|3\sin x-1|=2\sin x+1$ . В ответе укажите наименьший положительный корень (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**33** Решите уравнение  $|3\cos x-1|=2\cos x+1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**34** Укажите наименьшее решение уравнения  $|4x-7|=4x-7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 35** Укажите наибольшее целое решение уравнения  $|x^2 - 27| = 27 - x^2$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 36** Укажите наименьшее целое решение уравнения  $|2^x - 17| = 2^x - 17$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 37** Укажите наибольшее решение уравнения  $|\log_5 x - 2| = 2 - \log_5 x$ .  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 38** Решите уравнение  $x^2 + \sqrt{x^2} - 12 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 39** Решите уравнение  $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 20 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 40** Решите уравнение  $\log_2^2 x + 2\sqrt{(\log_2 x)^2} - 3 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 41** Решите уравнение  $\log_2^2 x + 2(\sqrt{\log_2 x})^2 - 3 = 0$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 42** Решите уравнение  $x^2 + 4(x^{0,5})^2 = 21$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 43** Решите уравнение  $x^2 + 4(x^2)^{0,5} = 21$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 44 Решите уравнение  $|0,5x-6|=|x|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите среднее арифметическое всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 45 Решите уравнение  $|3^x-8|=|3^x-10|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 46 Решите уравнение  $|2\lg x-1|=|\lg x+1|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 47 Решите уравнение  $|0,5\sqrt{x}-2|=|1,5\sqrt{x}-3|$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 48 Укажите наименьшее решение неравенства  $|x-3|(x-7)\geq 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 49 Укажите наибольшее целое решение неравенства  $|x-5|(x-6)< 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 50 Укажите наименьшее решение неравенства  $|2^x-4|(2^x-64)\geq 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 51 Укажите наибольшее целое решение неравенства  $|\lg x|(\lg x-1)< 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 52 Решите уравнение  $||x|-7|=4$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите наименьший из всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 53 Решите уравнение  $||x|-4|=7$ . (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

**54** Решите неравенство  $\left| \frac{1}{x} - 7 \right| < 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**55** Решите уравнение  $|\cos x - 3| = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**56** Решите уравнение  $|\log_2 x - 2| = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**57** Решите уравнение  $|6^x - 1| - 3 = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**58** Решите уравнение  $|\sqrt[4]{x} - 1| - 1 = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**59** Решите уравнение  $\log_3(1-x) + 0,5\log_3(4x-7)^2 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**60** Решите уравнение  $\log_2(4x-11) + 0,25\log_2(2-x)^4 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**61** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**62** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**63** Решите уравнение  $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 64** Решите уравнение  $|2 - \sqrt{x}| + |\sqrt{x} - 4| = 2$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 65** Решите уравнение  $|\log_3 x + 2| + |\log_3 x - 1| = 5$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 66** Решите уравнение  $\sqrt{4^x - 2 \cdot 2^x + 1} + |2^x - 9| = 7$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 67** Решите уравнение  $|5 - \log_2 x| + |2 + \log_2 x| = 7$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 68** Решите уравнение  $|5 - \sqrt[3]{x}| + |2 + 3\sqrt[3]{x}| = 7 + 2\sqrt[3]{x}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 69** Решите уравнение  $|4 - 3^x| + |9 - 3^x| = 2 \cdot 3^x - 13$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 70** Решите неравенство  $|x + 1| + |x + 2| + |x - 1| < 8x - 32$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 71** Решите неравенство  $|x + 1| + |x + 2| + |x - 1| + |x - 2| < 8x - 32$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 72** Решите неравенство  $\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16} < 4x + 4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 73** Решите уравнение  $|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| = |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 74** Решите неравенство  $|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| \leq |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 75** Решите неравенство  $|\log_3(x^2 - 16) + x - 5| \geq |\log_3(x^2 - 16)| + |x - 5|$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

## 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* элементы комбинаторики, элементы статистики, элементы теории вероятностей.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–40 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В 11 классе 30 человек. 18 человек изучают английский язык, 16 — немецкий, 9 — оба языка. Сколько человек изучают: а) только английский язык; б) только немецкий язык; в) не изучают ни одного языка?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Из 5 различных книг выбирают 3 для посылки. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Из 5 одинаковых книг выбирают 3 для посылки. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Сколькими способами можно переставить буквы в слове «роза»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Сколькими способами можно переставить буквы в слове «окно»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Сколькими способами можно переставить буквы в слове «книга», так чтобы сочетание «ни» всегда присутствовало?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Сколько существует двузначных чисел, в записи которых нет цифры 0?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Сколькo существует двузначных чисел, в записи которых нет цифры 7?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 9 Сколькo существует трёхзначных чисел, в записи которых нет цифры 7?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 10 Найдите вероятность того, что при одном бросании игральной кости выпадет число очков, кратное 2.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 11 В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 4?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 12 Набирая номер телефона, вы забыли последнюю цифру и набрали её наугад. Какова вероятность того, что набрана нужная вам цифра?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 13 В ящике лежат 100 одинаковых на ощупь шаров: 10 — зелёных, 30 — красных, 60 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар: 1) зелёный; 2) не красный.  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14 В ящике лежат 100 одинаковых на ощупь шаров: 20 — зелёных, 30 — красных, 50 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар красный или синий?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15 В урне 10 одинаковых на ощупь шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превосходит 4?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16 В урне 10 одинаковых на ощупь шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара больше 7?  
Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Из слова «*математика*» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «*м*»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Из слова «*математика*» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет согласная буква?

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Бросают одновременно 2 игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков чётна.

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Бросают одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков делится на 4.

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Бросают одновременно две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков чётно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Куб, все грани которого окрашены, распилили на 64 равных кубика. Найдите вероятность того, что наудачу взятый кубик имеет: 1) три окрашенные грани; 2) две окрашенные грани.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

23 В квадрат с вершинами в точках  $(0; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(1; 0)$  наудачу брошена точка  $K(x; y)$ . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству  $y \geq 0,5x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

24 Два друга договорились о встрече на следующих условиях: каждый приходит в указанное место независимо друг от друга в любой момент времени от  $18^{00}$  до  $19^{00}$ . Придя, ожидает не более 30 минут, а уходит не позднее  $19^{00}$ . Какова вероятность их встречи?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** В урне 4 белых и 2 чёрных одинаковых на ощупь шара. Из урны вынимают сразу 2 шара. Найдите вероятность того, что оба шара будут белыми.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** В ящике лежат 5 одинаковых на ощупь шаров: 2 — зелёных, 3 — красных. Из ящика вынули наудачу 2 шара. Найдите вероятность того, что были вынуты шары разного цвета.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** В урне 3 белых и 8 чёрных одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут ещё один шар. Найдите вероятность того, что этот шар тоже будет белым.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** В урне 3 чёрных и 8 белых одинаковых на ощупь шаров. Из урны вынули один шар, и не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найдите вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону, — белый.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Из урны, содержащей 4 чёрных и 6 белых одинаковых на ощупь шаров, вынимают один за другим все шары. Найдите вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**30** Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; второго — 0,8. Какова вероятность:

- а) хотя бы одного попадания;
- б) ровно одного попадания;
- в) двух попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

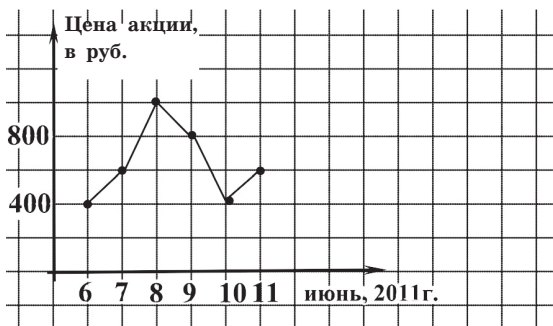
**31** Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; второго — 0,6; третьего — 0,4. Какова вероятность: а) хотя бы одного попадания; б) трёх попаданий, если каждый сделал по одному выстрелу.

Ответ: \_\_\_\_\_.



32

На графике жирными точками показаны цены одной акции завода в период с 6 по 11 июня 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.

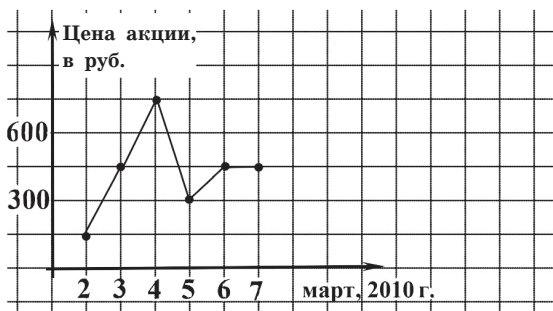


Брокер купил 7 июня 50 акций и продал все акции 10 июня. Какую сумму потерял брокер в результате этой операции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

33

На графике жирными точками показаны цены одной акции завода в период с 2 по 7 марта 2010 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 5 марта 60 акций и продал все акции 6 марта. Чему равна прибыль брокера?

Ответ: \_\_\_\_\_.

34

Рассмотрите ряд чисел: 15; 15; 12; 14; 13. Найдите: а) размах; б) среднее арифметическое; в) медиану; г) моду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

35

Рассмотрите ряд чисел: 40; 90; 50; 20; 20; 50. Найдите: а) размах; б) среднее арифметическое; в) медиану; г) моду.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** В ряду чисел 3, 5, \_, 14, 10 одно число оказалось стёртым. Восстановите его, зная, что размах ряда равен 12.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**37** В фермерском хозяйстве отведено под пшеницу два участка — 10 га и 15 га. Средняя урожайность на первом участке составляет 25 ц с 1 га, на втором — 15 ц с 1 га. Чему равна средняя урожайность пшеницы в этом хозяйстве?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**38** Родители выделили на питание ученика 1000 рублей на неделю. В таблице представлены расходы ученика на питание в течение недели.

День	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Расходы, руб.	130	155	135	145	170

Сколько рублей осталось у ученика после всех затрат на питание?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**39** Два мастера изготавливали одинаковые детали, причём первый работал 5 дней, а второй — 4 дня. Сведения об их дневной выработке представлены в таблице:

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка 1-го токаря	18	19	20	22	21
Дневная выработка 2-го токаря	20	20	21	23	—

А) Какова средняя дневная выработка первого токаря?

Б) Какова средняя дневная выработка второго токаря?

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**40** В таблице записаны результаты ежедневного измерения температуры воздуха (в градусах Цельсия) на метеостанции в полдень в первой декаде февраля.

Число месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °С	-8	-6	-2	0	-2	-2	-1	1	0	0

Найдите среднюю температуру в полдень в эту декаду.

О т в е т : \_\_\_\_\_.

### III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ЧАСТИ 2

#### Раздел I

#### 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

##### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

- 39 Сгруппируйте слагаемые с суммой аргументов, равной  $180^\circ$ , и примените формулы приведения или формулу суммы косинусов.
- 40 Примените формулу синуса двойного угла, для этого умножьте выражение на  $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ .
- 41 Умножьте исходное выражение на дробь  $\frac{\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ}$ . Далее в числителе примените формулу синуса двойного угла и используйте равенство  $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$ .
- 42 Выразите  $\sin\alpha\cos\alpha$  через  $\sin\alpha - \cos\alpha$ . Для этого рассмотрите  $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ .
- 43 Выразите  $\sin\alpha\cos\alpha$  через  $\sin\alpha + \cos\alpha$ . И подставьте в исходное выражение, при этом используя формулу разности кубов.
- 44 Разделите и числитель, и знаменатель дроби на  $\cos(2\alpha)$ . Примените формулу тангенса двойного угла.
- 45 Из уравнения  $4\sin(2\alpha) = 15\sin^2\alpha + 1$  найдите  $\operatorname{tg}\alpha$ . Разделите и числитель, и знаменатель исходной дроби на  $\cos\alpha$ .
- 46 В первой скобке дополните до квадрата суммы и используйте основное тригонометрическое тождество. Во второй скобке используйте формулу суммы кубов.

##### 1.2. Тригонометрические функции

- 43 Используйте определение чётной функции, т.е.  $y(-x) = y(x)$ .
- 44 Используйте определение нечётной функции, т.е.  $y(-x) = -y(x)$ .
- 45 Найдите сначала  $f(0) = \cos 0$ , затем  $f(f(0))$ , т.е.  $f(1)$ . Аналогично со значением функции  $g(g(0))$ .

- 46 Найдите сначала  $g(0)$ . Затем  $f(g(0))$ , т.е.  $f(0)$ .
- 47 Найдите сначала  $f(0)$ , затем  $f(f(0))$ , т.е.  $f(0)$ . И так далее.
- 48 Используйте свойства чётной функции  $f(x) = \cos x$ , а именно если  $f(x_0) = 0$ , то и  $f(-x_0) = 0$ .
- 49 Используйте свойства чётной функции  $f(x) = 16\cos 4x - 4\cos x + 1$ , а именно если  $f(x_0) = 0$ , то и  $f(-x_0) = 0$ .
- 50 Уменьшите аргумент каждой из функций, применяя свойства периодичности тригонометрических функций и формулы приведения. Т.е. получите  $-\sin 20^\circ$ ,  $-\cos 20^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 20^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 20^\circ$ . Далее используйте возрастание (убывание) тригонометрических функций на соответствующих промежутках.

51 Оцените каждое слагаемое, т.е.  $\sin 1 < 1$ ,  $-1 < \cos 2 < 0$ ,  $\operatorname{ctg} 3 < -1$ ,  $\operatorname{tg} 4 > 1$ .

52 Применяя метод вспомогательного аргумента, можно получить, что

$$E(\cos 200x + \sin 200x) = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

53 Применяя метод вспомогательного аргумента, можно получить, что

$$E(\cos 200x - \sin 200x) = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

### 1.3. Тригонометрические уравнения

53 Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом существует. Учтите, что  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  определён не при всех значениях переменной  $x$ .

54 Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом определён. Учтите, что  $\operatorname{tg} x$  определён при

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z.$$

55 Уравнение можно решить разложением на множители. Получим:

$$(\sin(\pi x) + 3)(2\cos(\pi x) - 1) = 0, \text{ т.е. } 2\cos(\pi x) - 1 = 0.$$

Используйте свойства чётной функции  $f(x) = 2\cos(\pi x) - 1$ , а именно если

$$f(x_0) = 0, \text{ то и } f(-x_0) = 0.$$

**56**

Уравнение можно решить введением новой переменной. Получим, что  $\sin \pi x = 0,5$ . Итак,

$$\begin{cases} x = \frac{1}{6} + 2m, m \in Z, (1) \\ x = \frac{5}{6} + 2m, m \in Z. (2) \end{cases}$$

Из (1) серии решений получим  $\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6} + \dots + 18\frac{1}{6}$ .

Из (2) серии решений получим  $\frac{5}{6} + 2\frac{5}{6} + \dots + 18\frac{5}{6}$ . Суммируем решения, используя формулу суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии.

**57**

$$\cos^2 x + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

**58**

$$\cos^2 x - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos^2 x - 0,5 \cos x \sin x = 0; \\ \cos x < 0, \\ \cos^2 x + 0,5 \cos x \sin x = 0. \end{cases}$$

**59**

Уравнение равносильно системе  $\begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1, \\ \sin(2x) = -1. \end{cases}$

**60**

Используйте формулу понижения степени для  $\cos^2(2x)$ . Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} \cos(4x) = 1, \\ \sin(3x) = -1 \end{cases}$$

**61**

Рассмотрите уравнение как квадратное относительно  $\sin x$  и используйте неотрицательность дискриминанта.

**62** Получите из второго уравнения 
$$\begin{cases} \sin x = 0,25, \\ y = -\frac{7}{3}; \\ \sin x \geq 0 \end{cases}$$
 и произведите отбор решений,

учитывая первое уравнение системы.

**63** Получите из второго уравнения 
$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{16}, \\ y = 0,5; \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$
 и произведите отбор решений,

учитывая первое уравнение системы.

**64** Получите из второго уравнения 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = \frac{1}{3}, \\ y = 0,25; \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 и произведите отбор решений,

учитывая первое уравнение системы.

**65** Рассмотрите уравнение как квадратное относительно и используйте, что  $-1 \leq \cos x \leq 1$ .

**66** Рассмотрите уравнение как квадратное относительно и используйте, что  $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ .

**67** Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - t + a$ , где  $-1 \leq t \leq 1$ . Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение имело хотя бы одно решение, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} f(-1) \geq 0, \\ f(1) \leq 0. \end{cases}$$

**68** Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - 6t + a$ , где  $0 \leq t \leq 1$ . Изобразите соответствующую параболу. Чтобы уравнение не имело решений, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} D < 0; \\ \begin{cases} D > 0, \\ f(1) > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} D > 0, \\ f(0) < 0. \end{cases} \end{cases}$$

69 Выделите в левой части уравнения квадрат разности  $(x - y)^2$ .

70 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6}, \\ x = \frac{\pi}{7}; \\ \sin x \geq 0. \end{cases}$$

71 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \sin x = 1, \\ x \neq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

72 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 1, \\ x \neq \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

73 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \cos x = 0,5, \\ \operatorname{tg} x \neq \sqrt{3}. \end{cases}$$

74 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = \sqrt{3}, \\ \cos x \neq 0,5. \end{cases}$$

75 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \operatorname{ctg} x = \frac{5}{12}, \\ \sin x \neq \frac{12}{13}. \end{cases}$$

76 Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \sin x = \frac{12}{13}, \\ \operatorname{ctg} x \neq \frac{5}{12}. \end{cases}$$

## 2. АЛГЕБРА

### 2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

61 Используйте формулу разности квадратов.

62 Используйте формулу разности квадратов.

63 Возведите исходное выражение в квадрат.

- 64 Раскройте скобки и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.
- 65 Возведите первое слагаемое в квадрат и сравните полученное выражение с выражением под знаком арифметического квадратного корня.
- 66 Рассмотрите выражение  $(\sqrt{3}+1)^3$ .
- 67 Рассмотрите выражение  $(3-\sqrt{2})^3$ .
- 68 Введите новую переменную  $a = \sqrt{x-9}$ , тогда исходное выражение будет иметь вид  $50(|a-3|-|a+3|)$ .
- 69 Введите новую переменную  $a = \sqrt{x-4}$ , тогда исходное выражение будет иметь вид  $(|a-2|-|a+2|)$ .
- 70 Получите, что выражение под корнем равно  $|x-1|$  и разложите  $x^2+2x-3$  на множители.
- 71 Рассмотрите разность  $A = \sqrt{2004} - \sqrt{2005}$ ,  $B = \sqrt{2006} - \sqrt{2007}$ .  
Умножьте А и В на сопряжённые к ним выражения и сравните знаменатели получившихся дробей.
- 72 Упростите выражение  $|8\sqrt{3}-14|$ . Рассмотрите числитель дроби и покажите, что он равен  $-2\sqrt{6}$ .
- 73 Выделите выражение вида  $(a+b)^4$ .

## 2.2. Иррациональные уравнения

- 50 Функция в левой части уравнения является возрастающей на отрезке  $[\frac{15}{17}; +\infty)$ . Поэтому уравнение имеет не более одного решения.
- 51 Функция  $f(x) = \sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2}$  является возрастающей на отрезке  $[\frac{2}{3}; +\infty)$ . Поэтому уравнение  $f(x) = 5$  имеет не более одного решения.



**52** Функция  $f(x) = \sqrt{129 - x}$  является убывающей на отрезке  $(-\infty; 129]$ , а  $g(x) = 3x - 13$  возрастает на всей числовой прямой, поэтому уравнение  $f(x) = g(x)$  имеет не более одного решения.

**53** Рассмотрите область определения уравнения.

**54** Рассмотрите область определения уравнения.

**55** Область определения уравнения состоит из одного числа  $x = -3$ .

**56** 
$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2, \\ x - 1 \geq 0. \end{cases}$$

**57** Выделите в левой части уравнения квадрат суммы  $(x + 5)^2$ .

**58** Выделите в левой части уравнения квадрат суммы  $(x + 6)^2$ .

**59** Пусть  $y = \sqrt{x - 4}$ ,  $y \geq 0$ , тогда исходное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \sqrt{y^2 - 2y + 1} - \sqrt{y^2 - 6y + 9} &= 2, \\ \sqrt{(y - 1)^2} - \sqrt{(y - 3)^2} &= 2, \quad |y - 1| - |y - 3| = 2. \end{aligned}$$

**60** Введите новую переменную  $a = \sqrt{2x - 5}$  и упростите левую часть уравнения.

**61** Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что  $x - y + 5 = 0$ . Выразите  $y$  через  $x$  или  $x$  через  $y$  и подставьте во второе уравнение.

**62** Рассмотрите первое уравнение системы. Получите, что  $x + 3y + 1 = 4$ . Выразите  $x$  через  $y$  или  $y$  через  $x$  и подставьте во второе уравнение.

**63** Введите новые переменные  $a = \sqrt[4]{1 - x}$ ,  $b = \sqrt[4]{x + 15}$  и решите систему

$$\begin{cases} a + b = 2, \\ a^4 + b^4 = 16, \\ a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

- 64** Оцените левую и правую части уравнения. Получите, что уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 8 = 4, \\ x^2 - 4 = 0. \end{cases}$$

- 65** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = -2000, \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

- 66** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = a, \\ x \geq 2000; \\ x = 2000. \end{cases}$$

- 67** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ x = -3; \end{cases} \\ x \geq a; \\ x = a. \end{cases}$$

- 68** Уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x = a; \\ \begin{cases} x \leq 1, \\ x \geq 3; \end{cases} \\ x = 1, x = 3. \end{cases}$$

- 69**  $\sqrt{x-a} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ x-a = (x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4, \\ x^2 + 7x + 16 + a = 0. \end{cases}$

Уравнение имеет единственное решение, если

1.  $D = 0$  и  $x_1 = x_2 \geq -4$ .
2.  $D > 0$  и один из корней меньше  $-4$ , а другой больше  $-4$ , т.е., как говорят,  $-4$  разделяет корни.

70

$$\sqrt{x+2a} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x+2a = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 7x + 9 - 2a = 0. \end{cases}$$

Уравнение имеет единственное решение, если

1.  $D = 0$  и  $x_1 = x_2 \geq 3$ .
2.  $D = 0$  и 3 разделяет корни.

### 2.3. Преобразование логарифмических выражений

44

Выразите через  $a$  значение  $\log_3 2$  и выразите через этот логарифм данное выражение. Для этого преобразуйте логарифм частного.

45

См. указание к предыдущему заданию.

46

Разложите 14 на множители 7 и 2.

47

Разложите 18 на множители.

48

Приведите к общему знаменателю выражения в круглых скобках. При извлечении квадратного корня из квадрата логарифмического выражения не забудьте оставить модуль. Определите знак выражения под модулем и раскройте модуль, используя его определение.

49

См. указание к предыдущему заданию.

50

Перейдите к одному основанию в логарифмическом выражении во внутренних скобках. Используйте формулу  $\sqrt{a^2} = |a|$ . Не забудьте раскрыть модуль с учётом знака выражения, стоящего под модулем.

51

См. указание к предыдущему заданию.

### 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

68

Сумма двух неотрицательных выражений равна нулю, если каждое из выражений равно нулю. Проще первое выражение приравнять к нулю, решить соответствующее уравнение, а его корни подставить во второе выражение для проверки.

69

См. указание к предыдущему заданию.

70 См. указание к заданию № 68.

71 См. указание к заданию № 68.

72 См. указание к заданию № 68.

73 Схема равносильных преобразований для решения данного уравнения следующая:

$$\log_{f(x)} g(x) = c \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = f^c(x), \\ f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$$

74 Разложите на множители выражения под логарифмами. С учётом ООУ отберите корни уравнения.

75 Данное неравенство равносильно совокупности двух систем. Каждая из двух систем характеризует один из возможных случаев для основания логарифма:  $x - 1 > 1$  или  $0 < x - 1 < 1$ .

76 См. указание к предыдущему заданию.

77 Оцените основание логарифма, тогда сможете выбрать схему равносильных преобразований.

78 Перейдите к одному основанию логарифма (например, к основанию 10) и с помощью введения новых переменных сведите систему к алгебраической системе с двумя неизвестными.

79 Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ . Решением второго неравенства является объединение промежутков  $[-2; 0) \cup (2; 4]$ .

80 Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in (-\infty; -\log_2 \frac{1}{3}] \cup [1; +\infty)$ . Решением второго неравенства является объединение промежутков  $[-3; 0) \cup (6; 9]$ .

81 Уравнение равносильно системе 
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0, \\ \sin x + 2\cos x = 0; \\ -\cos x < 0, \\ \cos x \neq -1. \end{array} \right.$$

**82** Уравнение равносильно системе 
$$\begin{cases} \cos x = -1, \\ \sin x \neq 0, \\ \sin x + 2\cos x \neq 0. \end{cases}$$

**83** Упростив левую часть неравенства, получите

$$\log_{5-x}(81-18x+x^2) = \log_{5-x}(9-x)^2 = 2\log_{5-x}|9-x|.$$

С учётом ОДЗ:  $2\log_{5-x} 9-x = 2\log_{5-x}(9-x)$ .

**84** Упростив правую часть неравенства, получите

$$\log_{5-x}(-9-x^2-10x)^2 = \log_{5-x}((9-x)(1-x))^2 = 2\log_{5-x}|9-x| + 2\log_{5-x}|1-x|.$$

С учётом ОДЗ:  $2\log_{5-x}|9-x| + 2\log_{5-x}|1-x| = 2\log_{5-x}|9-x| + 2\log_{5-x}|1-x|$ .

**85** Упростив правую часть неравенства, получите

$$\log_{\sqrt{5-x}}(9-x) = 2\log_{5-x}(9-x).$$

**86** Приведите каждый логарифм к основанию 3, например:

$$\log_{\frac{x}{3}} 3 = \frac{1}{\log_3 \frac{x}{3}} = \frac{1}{\log_3 x - 1}.$$

**87** Приведите каждый логарифм к основанию 10, например:

$$\log_{0,01x} 10 = \frac{1}{\lg(0,01x)} = \frac{1}{\lg x - 2}.$$

**88** Упростив левую часть неравенства, получите

$$\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3)^4 = \log_3|x-7| \cdot \log_3|x-3|.$$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} = 3\log_3|x-3| - \log_3|x-7|$ . Далее сгруппируйте слагаемые.

**89** Упростив левую часть неравенства, получите с учётом ОДЗ

$$2\log_9(x-7) \cdot \log_{81}(x-3)^4 = \log_3(x-7) \cdot \log_3(x-3)$$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^5}{x-7} = 5\log_3(x-3) - \log_3(x-7)$ . Далее сгруппируйте слагаемые.

90 Упростив левую часть неравенства, получите с учётом ОДЗ

$$4\log_9(x-7)^2 \cdot \log_{81}(x-3) = \log_3(x-7) \cdot \log_3(x-3)$$

и  $\log_3 \frac{(x-3)^3}{x-7} = 3\log_3(x-3) - \log_3(x-7)$ . Далее сгруппируйте слагаемые.

## 2.5. Показательные уравнения и неравенства

44 1-й способ. Решите уравнение относительно новой переменной  $y = 2006^x$ ,  $y > 0$ . Рассмотрите два случая: дискриминант полученного квадратного уравнения равен нулю, а корень квадратного уравнения положительный и дискриминант больше нуля, но только один корень квадратного уравнения положительный.

2-й способ. Рассмотрите функцию  $f(t) = t^2 - 4t + m^2 - 3m$ , где  $t = 2006^x > 0$ . Уравнение имеет единственный корень, если  $f(0) < 0$ .

45 Первое неравенство можно решить методом замены переменных. Получите:  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ . Решением второго неравенства является объединение промежутков  $(-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -1] \cup [5; +\infty)$ .

46 Выражение в левой части уравнения разложите на множители и рассмотрите возможные значения параметра  $a$ :

- 1)  $a < 0$ ;
- 2)  $a = 0$ ;
- 3)  $a > 0$ .

47 Сравните числа  $\sqrt{3}$  и  $\log_3 4$ .

48 Сравните числа  $\sqrt{5}$  и  $\log_3 7$ .

49 Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную  $t = 2^{2x-y}$ ,  $t > 0$ . Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.

50 Рассмотрите первое уравнение системы и введите новую переменную  $t = 2^{3x+y}$ ,  $t > 0$ . Не забудьте отбросить посторонние корни. Обратите внимание на ОДЗ дробно-рационального выражения.

51 Решите второе неравенство. Получите, что 1)  $x > 4$  или 2)  $x < -4$ . В первом случае первое неравенство равносильно неравенству  $2^{x^2} + x^2 < 2$ , которое не имеет решений при  $x > 4$ , т.к.  $2^{x^2} > 2^4 = 16$ . Во втором случае первое неравенство равносильно неравенству  $2^{x^2} + x^2 > 2$ .

52 Воспользуйтесь заменой переменных:  $\sqrt{5+\sqrt{24}} = \frac{5^2-24}{\sqrt{5-\sqrt{24}}} = \frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{24}}}$ .

53 Перейдите к одному основанию и решите иррациональное неравенство с учётом того, что  $\sqrt{x+1} > 0$  для  $x \geq 0$ .

54 Рассмотрите функцию  $f(x) = 5x + 4 \cdot 3^{x+1}$ . Функция является возрастающей и  $f(3) = 449$ .

### 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Производная функции

70 Так как точка  $M$  не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки  $M(-1; 0)$ . Получите, что  $x_0 = 0$ .

71 Так как точка  $P$  не принадлежит графику функции, то запишите уравнение касательной в общем виде и подставьте координаты точки  $P(2; 0)$ . Получите, что  $x_0 = 0$ .

72 Для того чтобы прямая  $y = bx$  была касательной к параболе  $f(x) = x^2 - 2x + 4$  в точке с абсциссой  $x_0$ , необходимо и достаточно, чтобы: 1) значения обеих функций при  $x = x_0$  совпадали; 2) угловой коэффициент прямой  $y = bx$  ( $b$ ) был равен значению производной функции  $f(x) = x^2 - 2x + 4$  в точке  $x_0$ . Решим систему:

$$\begin{cases} bx_0 = x_0^2 - 2x_0 + 4, \\ b = 2x_0 - 2. \end{cases}$$

73 Необходимо и достаточно выполнение двух условий:  
1)  $f'(x_0) = -10$ , 2)  $y(x_0) = f(x_0)$ .

74 Постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ . Рассмотрите прямые  $y = a$ , параллельные или совпадающие с осью  $Ox$ .

75 Постройте схематично график функции  $y = x^3 - 3x^2$ . Рассмотрите прямые  $y = a$ , параллельные или совпадающие с осью  $Ox$ .

**76** Пусть  $x$  высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны  $x$  и  $\frac{32}{x^2}$ , а периметр основания  $P = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$ . Исходя из смысла задачи переменная  $x$  принимает только положительные значения. Исследуйте функцию  $P(x) = 2\left(x + \frac{32}{x^2}\right)$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ . Для этого найдите производную функции и исследуйте её знак на промежутке  $(0; +\infty)$ .

**77** Пусть  $x$  сторона квадратного основания бассейна. Тогда его высота равна  $\frac{32}{x^2}$ . Исследуйте функцию  $P(x) = x^2 + \frac{128}{x^2}$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ .

**78** Пусть  $x$  высота, т.е. длина бокового ребра параллелепипеда. Тогда стороны его основания равны  $x$  и  $\frac{4}{x^2}$ , а периметр основания  $P = 2\left(x + \frac{4}{x^2}\right)$ . Исследуйте функцию  $P(x) = 2\left(x + \frac{4}{x^2}\right)$  на наименьшее значение при  $x \in (0; +\infty)$ .

**79**  $f'(x) < 0$  для любого  $x \in R$ .

**80**  $D(h) = [-14; 6]$ . Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $h(x)$  на этом отрезке.

**81** Пусть  $t = \sqrt{4\cos x + 5}$ , тогда  $1 \leq t \leq 3$ . Тогда  $g(t) = t^2 - 4t - 5$ . Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $g(t)$  на отрезке  $[1; 3]$ .

**82** Функция  $g(x)$  убывает на  $D(g) = [2; 3]$ .

### 3.2. Первообразная функции

**18** Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть

$$f(x) = 2x^2 + 3x \text{ и } g(x) = 5,$$

тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_{-2,5}^1 (g(x) - f(x)) dx.$$



19 Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть

$$f(x) = 2x^2 - 3x \text{ и } g(x) = -1,$$

тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_{0,5}^1 (g(x) - f(x)) dx.$$

20 Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций. Пусть

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \text{ и } g(x) = 5 - 2x - x^2,$$

тогда площадь фигуры можно найти по формуле

$$S = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx.$$

21 Первообразная имеет вид  $F(x) = (x - 1)^2$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и соответствующей криволинейной трапеции.

22 Уравнение касательной  $y = \frac{2}{5}x + 2\frac{3}{5}$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.

23 Уравнение касательной  $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}$ . Площадь фигуры можно найти как разность площадей прямоугольного треугольника и криволинейной трапеции.

24 Первообразная имеет вид  $F(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16$ . Решите уравнение  $F(x) = 0$  с помощью группировки.

25 Первообразная  $f(x)$  имеет вид  $F(x) = \sin x + \cos x - 1$ . Для решения уравнения  $F(x) = 0$  используйте вспомогательный угол.

26 Первообразная  $f(x)$  имеет вид  $F(x) = \sin 2x + \cos x$ . Уравнение  $F(x) = 0$  можно решить разложением на множители.

27  $y = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4 - x^2, \\ y \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y \geq 0. \end{cases}$  Получаем, что графиком функции явля-

ется полуокружность с центром в точке  $(0; 0)$  и радиусом, равным 1, расположенная в верхней полуплоскости.

28 Графиком функции  $y = \sqrt{8x - x^2} - 12$  является полуокружность с центром в точке  $(4; 0)$  и радиусом, равным 2, расположенная в верхней полуплоскости.

**29** Так как, по определению,  $F'(x) = f(x)$ , а функция  $f(x)$  принимает только отрицательные значения на  $R$ , то  $F(x)$  убывает на  $R$ .

**30** Представьте формулу, задающую функцию  $f(x)$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x+3)^{32} = (x+3-4)(x+3)^{32} = \\ &= (x+3)^{33} - 4(x+3)^{32}. \end{aligned}$$

**31** Представьте формулу, задающую функцию  $f(x)$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+5)(x-7)^{2005} = \\ &= (x-7+12)(x-7)^{2005} = (x-7)^{2006} + 12(x-7)^{2005}. \end{aligned}$$

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

### 4.1. Планиметрия

**64** Треугольники  $ABP$  и  $CBP$  имеют общую высоту, опущенную из вершины  $B$ , поэтому отношение их площадей равно отношению длин сторон  $AP$  и  $PC$ . Аналогично для треугольников  $APD$  и  $CPD$ .

**65** См. указание к решению предыдущего задания.

**66** Треугольники  $BOC$  и  $DOC$  имеют общую высоту, опущенную из вершины  $C$ , поэтому отношение их площадей равно отношению длин сторон  $BO$  и  $OD$ . Из подобия треугольников  $BOC$  и  $DOM$  получите, что  $\frac{BO}{OD} = \frac{BC}{DM}$ . Отношение  $\frac{BC}{DM}$  вычислите, используя подобия треугольников  $KBC$  и  $KAM$ .

**67** См. указание к решению предыдущего задания.

**68** Возможны 4 случая выбора оснований трапеции: 1)  $MN \parallel PQ$  ( $PQ$  — большее основание); 2)  $MQ \parallel PN$  ( $PN$  — большее основание); 3)  $MN \parallel PQ$  ( $MN$  — большее основание); 4)  $NP \parallel MQ$  ( $MQ$  — большее основание).

**69** Рассмотрите три случая взаимного расположения точек  $N, A, M$ : 1)  $N - A - M$ ; 2)  $A - N - M$ ; 3)  $N - M - A$  (этот случай невозможен).

**70** Рассмотрите 2 случая: 1) хорды расположены по одну сторону от центра окружности; 2) хорды расположены по разные стороны от центра окружности.

**71** Рассмотрите 2 случая: 1) прямая  $BC$  является внешней касательной; 2) прямая  $BC$  является внутренней касательной.

## 4.2. Стереометрия

- 53  $\angle B_1DB$  — искомый угол.
- 54  $\angle B_1MB$  — искомый угол.
- 55  $\angle B_1DB$  — искомый угол.
- 56  $\angle B_1DC_1$  — искомый угол.
- 57  $\angle AB_1E$  — искомый угол, где точка  $E$  — середина ребра  $BC$ .
- 58  $\angle C_1DC$  — искомый угол.
- 59  $\angle C_1EC$  — искомый угол, где точка  $E$  — середина ребра  $AB$ .
- 60  $\angle PON$  — искомый угол, где точки  $P, O, N$  — середины  $D_1C_1, BE, DC$  соответственно.
- 61  $DC_1$  — искомое расстояние.
- 62  $C_1E$  — искомое расстояние, где точка  $E$  — середина ребра  $AB$ .
- 63  $BC_1$  — искомое расстояние.
- 64 Рассмотрите точку  $K$  на прямой  $AB$ :  $A - B - K$  и  $AK = 1,5AB$ .
- 65  $CE$  — искомое расстояние, где точка  $E$  — середина ребра  $AB$ .
- 66  $CO$  — искомое расстояние, где точка  $O$  — середина  $BD$ .
- 67  $CA$  — искомое расстояние.
- 68 Искомое сечение — равнобедренный треугольник  $A_1B_1C$ , где  $A_1C = B_1C = 4\sqrt{5}$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$ .
- 69  $\angle CE_1E$  — искомый угол, где точки  $E_1$  и  $E$  — середины  $A_1B_1$  и  $AB$  соответственно.
- 70 Искомое расстояние — высота треугольника  $ABC$ , проведённая из вершины  $B$ .

- 71 Пусть  $CK$  — высота ромба, проведённая из вершины  $C$  ( $K \in AB$ ,  $A - B - K$ ), тогда  $\angle C_1KC$  равен углу между плоскостью  $ABC$  и плоскостью сечения, проходящего через прямые  $AB$  и  $C_1D_1$ .
- 72 Площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на длину бокового ребра.
- 73 Объём наклонной призмы равен произведению площади перпендикулярного сечения на длину бокового ребра.
- 74 Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
- 75 Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды.
- 76 Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
- 77 Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды.
- 78 Искомый угол будет образован боковым ребром и проекцией бокового ребра на основание.
- 79 Проведите апофему и рассмотрите угол, образованный апофемой и высотой основания пирамиды.
- 80 Пусть  $DABC$  — данная пирамида ( $D$  — вершина). Рассмотрите прямоугольный треугольник  $DOC$ , в котором  $\angle CDO = 30^\circ$ ,  $CO$  является радиусом окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
- 81 Так как все боковые рёбра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. В данном случае — это середина гипотенузы.
- 82 Сначала найдите с помощью теоремы косинусов третью сторону треугольника. Так как все боковые рёбра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Найдите радиус окружности, используя следствие из теоремы синусов

$$\left( \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \right).$$

- 83 Так как все боковые рёбра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Радиус описанной окружности равен 13,5.
- 84 Сначала найдите с помощью теоремы косинусов третью сторону треугольника (её длина равна  $5\sqrt{2}$ ). Так как все боковые рёбра пирамиды равны, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Найдите радиус окружности, используя следствие из теоремы синусов  $\left(\frac{a}{\sin \alpha} = 2R\right)$ . Радиус описанной окружности равен 5.
- 85 Так как все боковые грани четырёхугольной пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания пирамиды, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, вписанной в основание (в ромб). В данном случае — это точка пересечения диагоналей ромба.
- 86 Так как все боковые грани четырёхугольной пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания пирамиды, то основанием высоты пирамиды является центр окружности, вписанной в основание (в ромб). В данном случае — это точка пересечения диагоналей ромба.
- 87 Угол между плоскостями  $SCD$  и  $ABC$  равен углу  $SCB$ , т.е.  $\angle SCB = 30^\circ$ .
- 88 Пусть высота пирамиды равна  $x$ . Выразите через  $x$  стороны основания и найдите  $x$ , используя площадь основания.
- 89 В плоскости  $FBD$  через точку пересечения диагоналей квадрата проведите прямую, параллельную  $FB$ , до пересечения с ребром  $FD$ . Искомое сечение — треугольник  $EAC$ , где точка  $E$  — середина ребра  $FD$ .
- 90 Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной 12, т.е.  $r = 2\sqrt{3}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $4\sqrt{3}$ .
- 91 Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около правильного треугольника со стороной 12, т.е.  $r = 4\sqrt{3}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $4\sqrt{3}$ .
- 92 Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в квадрат со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = \sqrt{6}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $2\sqrt{3}$ .

**93**

Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около квадрата со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = 2\sqrt{3}$ . Высоту конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $2\sqrt{3}$ .

**94**

Радиус основания конуса равен радиусу окружности, вписанной в квадрат со стороной  $2\sqrt{6}$ , т.е.  $r = \sqrt{6}$ . Образующую конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным  $\sqrt{6}$ .

**95**

Радиус основания конуса равен радиусу окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $4\sqrt{3}$ , т.е.  $R = 4$ . Образующую конуса можно найти из прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и прилежащим к нему катетом, равным 4.

## Раздел II

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

- 60 Перенесите все слагаемые в левую часть неравенства и вынесите общий множитель  $\sqrt{20+x-x^2}$ . Исходное неравенство будет равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{20+x-x^2} \cdot (-x+3)}{(2x-3) \cdot (x-6)} \leq 0.$$

- 61 Разложите числитель на множители и получите

$$(x+1)^3(x-1)(x-2)^2.$$

- 62 Неравенство равносильно неравенству

$$\frac{\sqrt{x^2-1}(x+6)(x-3)(2x-1)^2}{(x-2)(x-3)} \leq 0.$$

- 63 Сведите решение рационального неравенства к решению квадратного:

$$\frac{x-2a-1}{x-a} < 0 \Leftrightarrow (x-2a-1)(x-a) < 0.$$

Сравните  $2a + 1$  и  $a$ . Возможны 3 случая:

- 1)  $2a + 1 > a$ ;
- 2)  $2a + 1 = a$ ;
- 3)  $2a + 1 < a$ .

- 64 Сведите решение рационального неравенства к решению квадратного:

$$\frac{x-2a-4}{x+3a-2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2a-4)(x+3a-2) \leq 0, \\ x \neq 2-3a. \end{cases}$$

Сравните  $2a + 4$  и  $2 - 3a$ . Возможны 3 случая:

- 1)  $2a + 4 = 2 - 3a$ ;
- 2)  $2a + 4 > 2 - 3a$ ;
- 3)  $2a + 4 < 2 - 3a$ .

- 65 Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

- 66 Неравенство равносильно неравенству  $x^2 - 9 < 0$ .

- 67 Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x > 0. \end{cases}$
- 68 Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$
- 69 Неравенство равносильно системе  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0, \\ x \geq 0. \end{cases}$
- 70 Решите неравенство методом интервалов. Получите, что  $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 3)$ , и выберите натуральные решения.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

- 78 Решите систему  $\begin{cases} 9,6 + 0,2x - x^2 \geq 0, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$
- 79 Решите систему  $\begin{cases} 6,4 - 2,4x - x^2 \geq 0, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$
- 80 Найдите множество значений функции  $y = \sin x + 5$ . Затем используйте убывание функции  $\log_{0,5} t$  на  $D(\log_{0,5} t)$ .
- 81 При  $x \geq 0$   $y = \log_3 3$ , при  $-1,5 < x < 0$   $y = \log_{0,5}(2x + 3)$ .
- 82 Найдите множество значений показателя степени, а затем самой функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{3-\sin x}}$ , учитывая, что функция  $y = (0,5)^x$  — непрерывная и убывающая на  $D(y)$ .
- 83 *1-й способ.* График функции  $y = x^2 + (a-2)x + 0,25$  — парабола — должна лежать выше оси  $Ox$  или касаться её. Поэтому достаточно найти ординату вершины параболы и решить неравенство  $y_s \geq 0$ .  
*2-й способ.* Для того чтобы парабола лежала выше оси  $Ox$  или касалась её, достаточно, чтобы дискриминант соответствующего уравнения был меньше или равен нулю.



84  $f(3) = 30$  и функция  $f(x) = x + 3^x$  возрастает на всей числовой прямой.

85  $f(2) = -3$  и функция  $f(x) = -x + \log_{0,5}x$  убывает на промежутке  $(0; +\infty)$ .

86 Область определения задаётся системой неравенств

$$\begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 - 4x - a \leq 0. \end{cases}$$

Квадратный трёхчлен во втором неравенстве задаёт параболу с вершиной  $x_{\text{в}} = 2$  и направленную ветвями вверх. Для того чтобы система имела единственное решение, достаточно, чтобы парабола пересекала ось  $Ox$  в точке 3.

87 См. указание к решению задания 86.

#### 4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ

54 Неравенство равносильно двойному неравенству:

$$-4 < \frac{1}{|x|} - 7 < 4.$$

55 Уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$|\cos x| - 3 = 2 \text{ или } |\cos x| - 3 = -2.$$

Первое уравнение решений не имеет.

56 Уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$|\log_2 x| - 2 = 3 \text{ или } |\log_2 x| - 2 = -3.$$

Второе уравнение решений не имеет.

57 Уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$|6^x - 1| - 3 = 2 \text{ или } |6^x - 1| - 3 = -2.$$

58 Уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$|\sqrt[4]{x} - 1| - 1 = 1 \text{ или } |\sqrt[4]{x} - 1| - 1 = -1.$$

59 Рассмотрите выражение  $0,5 \log_3(4x - 7)^2$ . Упростите его

$$(0,5 \log_3(4x - 7)^2 = \log_3 |4x - 7|),$$

учитывая, что  $1 - x > 0$ .

- 60** Рассмотрите выражение  $0,25\log_2(2-x)^4$ . Упростите его, учитывая, что  $4x - 11 > 0$ .
- 61** Введите новую переменную, например  $a = x^2$ . Получите уравнение  $|a-1|+|a-9|=7$ . Рассмотрите различные случаи: 1)  $a < 4$ ; 2)  $4 \leq a \leq 9$ ; 3)  $a > 9$ . Решите соответственно три системы.
- 62** См. указание к решению предыдущего задания.
- 63** См. указание к решению задания 61.
- 64** Введите новую переменную, например  $a = \sqrt{x}$ . Получите уравнение  $|2-a|+|a-4|=2$ . Рассмотрите различные случаи: 1)  $a < 2$ ; 2)  $2 \leq a \leq 4$ ; 3)  $a > 4$ . Решите соответственно три системы. Решением уравнения  $|2-a|+|a-4|=2$  будет отрезок  $[2; 4]$ .
- 65** Введите новую переменную, например  $a = \log_3 x$ . Решите уравнение  $|a+2|+|a-1|=5$ . Уравнение имеет два корня: 2 и  $(-3)$ .
- 66** Упростите выражение  $\sqrt{4^x - 2 \cdot 2^x + 1}$ , применяя формулу квадрата разности.
- 67** *1-й способ.* Введите новую переменную, например  $b = \log_2 x$ , и решите уравнение  $|5-b|+|2+b|=7$ . *2-й способ.* Имеем:  $|a|+|b|=a+b$  (\*). Если  $a = 0$ , то  $|b| = b$ , т.е.  $b \geq 0$ . Если  $b = 0$ , то  $|a| = a$ , т.е.  $a \geq 0$ . Если  $a \neq 0, b \neq 0$ , то уравнение (\*) равносильно системе  $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$  Обобщим результат:
- $$|a|+|b|=a+b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$
- 68** Используйте следующее свойство модулей:  $|a|+|b|=a+b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$
- 69** Используйте следующее свойство модулей:  $|a|+|b|=-a+(-b) \Leftrightarrow \begin{cases} -a \geq 0, \\ -b \geq 0. \end{cases}$

**70** Определите знак выражения  $8x - 32$ . Это позволит раскрыть модули всех выражений.

**71** Определите знак выражения  $8x - 32$ . Это позволит раскрыть модули всех выражений.

**72** Упростите каждое слагаемое левой части неравенства и определите знак выражения  $4x + 4$ .

**73** Используйте следующее свойство модулей:

$$|a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0.$$

**74** Так как  $|a + b| \leq |a| + |b|$  при любых действительных значениях  $a$  и  $b$ , то для решения неравенства достаточно потребовать условия существования выражения  $\log_3(x^2 - 16)$ .

**75** Используйте следующее свойство модулей:  $|a + b| \geq |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0$ .

# IV. ОТВЕТЫ

## Раздел I

### 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

#### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

№	Ответ	№	Ответ
1	13	24	1
2	10	25	-2
3	1	26	0
4	0	27	19
5	0,29	28	0
6	1,5	29	1
7	-0,6	30	0,8
8	-0,96	31	0,6
9	0,28	32	4
10	0,28	33	-3
11	0	34	0,5
12	0,11	35	0,5
13	-0,24	36	-0,75
14	0,41	37	7
15	-0,59	38	0,5
16	0,16	39	-1
17	0,04	40	2
18	-8	41	0,25
19	4	42	12
20	0,17	43	39
21	0,64	44	-2,25
22	-1	45	2
23	2	46	1

## 1.2. Тригонометрические функции

№	Ответ	№	Ответ
1	1	28	0,5
2	-1,5	29	-2
3	1,5	30	-1
4	2	31	3
5	2,5	32	-2
6	2	33	2
7	0,5	34	4
8	-1	35	4
9	0,5	36	1
10	0	37	1
11	1	38	3
12	-2	39	0
13	0	40	1,5
14	3	41	1
15	1	42	6
16	4	43	1
17	8	44	0
18	-1	45	$f(f(0)) > g(g(0))$
19	7	46	1
20	0	47	0
21	-1	48	0
22	1	49	0
23	2	50	$\cos 2000^\circ, \sin 2000^\circ, \operatorname{tg} 2000^\circ, \operatorname{ctg} 2000^\circ$
24	7	51	$\operatorname{tg} 4, \sin 1, \cos 2, \operatorname{ctg} 3$
25	5	52	$[-2; 2]$
26	-17	53	$[0; 2]$
27	-13		

### 1.3. Тригонометрические уравнения

№	Ответ	№	Ответ
1	-30	26	0
2	150	27	1
3	-120	28	2
4	30	29	1
5	15	30	2,5
6	-120	31	135
7	5	32	-360
8	0	33	30
9	-30	34	-120
10	150	35	-60
11	120	36	2
12	240	37	90
13	3	38	3
14	3	39	1
15	2	40	1
16	0	41	2
17	1	42	3
18	0	43	0
19	360	44	0
20	20	45	-180
21	8	46	540
22	7	47	45
23	210	48	225
24	300	49	-45
25	1	50	-60

№	Ответ	№	Ответ
51	-3	64	$\left( -\operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \pi n, \right.$ $\left. n \in Z; \frac{1}{4} \right)$
52	2	65	-0,5
53	3	66	0
54	810	67	[-2; 0]
55	0	68	6
56	190	69	$\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
57	$\pm \operatorname{arctg} 2 + 2\pi n,$ $n \in Z$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$	70	$\frac{\pi}{7}$
58	$(-1)^n \operatorname{arctg} 2 + \pi n,$ $n \in Z$ $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$	71	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z, k \neq 0$
59	$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	72	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z, k \neq 0$
60	$\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z$	73	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
61	$\pi n, n \in Z$	74	$\frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
62	$\left( (-1)^n \operatorname{arcsin} \frac{1}{16} + \pi n, \right.$ $\left. n \in Z; \frac{1}{8} \right)$	75	$\pi + \operatorname{arctg} \frac{5}{12} + 2\pi n, n \in Z$
63	$\left( \pm \operatorname{arccos} \frac{1}{16} + 2\pi n, \right.$ $\left. n \in Z; -\frac{1}{16} \right)$	76	$\pi - \operatorname{arcsin} \frac{12}{13} + 2\pi n, n \in Z$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	0,6	1	-0,6
2	0,5	2	1
3	0,5	3	0,5
4	0	4	-1
5	-150	5	210
6	2	6	36
7	-5	7	5
8	3	8	1
9	2	9	-4
10	$\frac{2\pi}{3}$	10	2

**2. АЛГЕБРА**

**2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений**

№	Ответ	№	Ответ
1	0,3	12	4
2	-0,3	13	10
3	6	14	1,4
4	-5	15	48
5	17	16	30
6	-27	17	3
7	6	18	1
8	1	19	1,25
9	-40	20	1,8
10	4	21	1,2
11	-11	22	96



<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
23	2	49	10
24	-1	50	1,5
25	17	51	1
26	0	52	0,8
27	1	53	-2
28	2	54	-1,5
29	-12	55	-90
30	8	56	4
31	6	57	2000
32	2	58	200
33	-4	59	24
34	-2	60	-2
35	-1	61	9
36	0	62	4
37	0	63	9
38	12	64	-1
39	2	65	0
40	3	66	1
41	25	67	3
42	-5,75	68	-13
43	-8,1	69	-4
44	0,6	70	$-\frac{\sqrt{x+1}}{x+3}$
45	1,5	71	2-е выражение больше 1-го
46	0,75	72	Да, (-2)
47	5	73	256
48	0,25		

## 2.2. Иррациональные уравнения

№	Ответ	№	Ответ
1	-112	28	16
2	2	29	1,5
3	-27	30	-2
4	5	31	1
5	2	32	1
6	-2	33	3
7	5	34	-1
8	-2	35	4
9	-1	36	2
10	9	37	1
11	-3	38	6
12	20	39	1
13	17	40	4
14	1	41	1
15	4	42	1
16	-2	43	3
17	-6	44	0
18	1	45	2
19	1	46	0
20	2	47	0
21	1,5	48	2
22	-2,5	49	2
23	2	50	3
24	4	51	2
25	-3	52	8
26	4	53	Решений нет
27	1	54	2

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>55</b>	-3	<b>63</b>	-15; 1
<b>56</b>	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	<b>64</b>	-2
<b>57</b>	-5	<b>65</b>	при $a < -2000$ $\begin{cases} x = -2000, \\ x = a; \end{cases}$ при др. $a$ $x = a$
<b>58</b>	-6	<b>66</b>	при $a \geq 2000$ $x = a,$ при др. $a$ $x = 2000$
<b>59</b>	[13; $+\infty$ )	<b>67</b>	[-3; -1)
<b>60</b>	1,5	<b>68</b>	1; 3
<b>61</b>	(5; 1)	<b>69</b>	-5
<b>62</b>	(0; 1)	<b>70</b>	-1

*КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2*

<b>Вариант 1</b>		<b>Вариант 2</b>	
<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>1</b>	8	<b>1</b>	30
<b>2</b>	256	<b>2</b>	324
<b>3</b>	6	<b>3</b>	6
<b>4</b>	-0,5	<b>4</b>	-0,4
<b>5</b>	-10	<b>5</b>	-27
<b>6</b>	5	<b>6</b>	-1
<b>7</b>	2000	<b>7</b>	2000
<b>8</b>	-1,5	<b>8</b>	2,5
<b>9</b>	-1,25	<b>9</b>	-1,75
<b>10</b>	2	<b>10</b>	3

### 2.3. Преобразования логарифмических выражений

№	Ответ	№	Ответ
1	-2	27	-10
2	-2	28	4
3	0,5	29	28,5
4	3	30	4
5	2	31	0,6
6	2	32	0,5
7	1	33	1,5
8	-1	34	2
9	1	35	1
10	5	36	16
11	47	37	3
12	2	38	1
13	4	39	1
14	9	40	0
15	2	41	4
16	9	42	0
17	-2	43	1
18	1	44	$\frac{5-8a}{6a+3}$
19	16	45	$\frac{8a-5}{6a+3}$
20	0	46	1
21	0	47	-2
22	-3,5	48	$-2\log_4 3$
23	10	49	-2
24	2	50	$\log_3 4 - \log_4 3$
25	3,5		
26	8		

## 2.4. Логарифмические уравнения и неравенства

№	Ответ	№	Ответ
1	7	26	1
2	27	27	13
3	27	28	55
4	11	29	24
5	30	30	36
6	3,5	31	6
7	22	32	8
8	61,5	33	6
9	2,75	34	3
10	3,5	35	8
11	7	36	2
12	2	37	4
13	49	38	2
14	25	39	2
15	2,5	40	6
16	-1	41	24
17	5	42	5
18	-25	43	2
19	-32	44	0
20	4	45	1
21	-4	46	4
22	-4	47	2,25
23	0	48	1,75
24	1	49	4,2
25	12	50	7

№	Ответ	№	Ответ
51	4	71	0
52	1	72	Решений нет
53	1	73	2
54	0,1	74	0,25
55	7	75	(1; 2)
56	2	76	$[-3; 2) \cup (1; 2)$
57	1	77	$(2 - \sqrt{2}; 1] \cup [3; 2 + \sqrt{2})$
58	2	78	(10; 1)
59	-8	79	$\{-2\} \cup (2; 4]$
60	14	80	$\pi + \operatorname{arctg} \frac{5}{12} + 2\pi n, n \in Z$
61	1	81	$\frac{\pi + 2\pi k}{\pi - \operatorname{arctg} 2 + 2\pi n}$ $n, k \in Z$
62	4	82	Решений нет
63	1	83	[2; 4)
64	-2	84	$(-\infty; 0] \cup [2; 4)$
65	32,25	85	[2; 4)
66	1	86	$(0; 1] \cup (3; 27) \cup (27; 2187]$
67	1	87	$(-\infty; 0] \cup \left[7\frac{1}{27}; +\infty\right)$
68	-1	88	$(-\infty; 0] \cup \left[7\frac{1}{27}; +\infty\right)$
69	2	89	$\left[7\frac{1}{27}; +\infty\right)$
70	-3; 0,5	90	$\left[7\frac{1}{27}; +\infty\right)$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	2	1	1
2	0,04	2	0,1
3	0,25	3	0,04
4	10	4	6
5	24	5	15
6	2	6	4
7	2	7	-1
8	1	8	2
9	5	9	4
10	При $a > 0$ $x = -2, x = 0$ ; при $-6 < a \leq 0$ $x = -2$ ; при $a \leq -6$ решений нет	10	При $a < 0$ $x = 0, x = 8$ ; при $0 \leq a < 40$ $x = 8$ ; при $a \geq 40$ решений нет

**2.5. Показательные уравнения и неравенства**

№	Ответ	№	Ответ
1	5	8	-0,6
2	-7	9	8
3	-1	10	0
4	2,5	11	1
5	-7	12	6
6	6	13	0
7	30	14	-1

№	Ответ	№	Ответ
15	1	35	2
16	2	36	0
17	2	37	-1
18	3	38	-2
19	3,5	39	-1
20	4,6	40	-1
21	4	41	1
22	2	42	2
23	0	43	2
24	1	44	$[0; 3] \cup \{-1; 4\}$
25	3	45	$(-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -1] \cup (-a)[5; +\infty)$
26	4	46	<p>При <math>a &lt; 0</math>  <math>x &lt; \log_3(-a)</math>,  при <math>a &gt; 0</math>  <math>x &lt; \log_3(a/9)</math></p>
27	1	47	$(-\infty; \sqrt{3}) \cup (\log_3 4; \sqrt{3})$
28	2	48	$(-\sqrt{5}; \log_3 7) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$
29	0,5	49	$(0,5; 0)$
30	0	50	$(1; -2)$
31	-1	51	$(-\infty; -4)$
32	1	52	2; -2
33	1	53	$(25; +\infty)$
34	0	54	2



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	2	1	3
2	3,5	2	2,5
3	-3	3	4
4	6	4	4
5	1	5	1
6	0	6	2
7	2	7	3
8	1	8	2
9	1; -1	9	2; -2
10	$[-20; -3] \cup [3; 20\log_3 4]$	10	$[-16; -4] \cup [4; 4\log_3 4]$

### 3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Производная функции

№	Ответ	№	Ответ
1	7	9	2
2	5	10	2
3	-2	11	-2,5
4	0	12	0
5	-3	13	-1
6	-5	14	0
7	-2	15	2
8	8	16	-4

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
17	0,5	42	2
18	7	43	2
19	5	44	1
20	0	45	4
21	1	46	4
22	-6	47	1
23	32	48	1
24	-0,5	49	0
25	1	50	2
26	1	51	3
27	9	52	3
28	135	53	3
29	-8	54	18
30	-6	55	-18
31	-6	56	-14
32	7,5	57	14
33	5	58	0
34	-1	59	-3
35	0,125	60	3
36	4	61	8
37	-4	62	4
38	-6	63	5
39	7	64	-1
40	7	65	-3
41	-3	66	9

№	Ответ	№	Ответ
67	5	75	$(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$
68	20	76	12
69	-5	77	32
70	30	78	6
71	1	79	$(-\infty; +\infty)$
72	-6; 2	80	$[2\sqrt{5}; 10]$
73	-5	81	$[-9; -8]$
74	$\left(0; \frac{4}{3}\right)$	82	$[-3\sqrt{5}; 2]$

### 3.2. Первообразная функции

№	Ответ	№	Ответ
1	8	10	12
2	17	11	16
3	1	12	32
4	0,25	13	10
5	4	14	9
6	32	15	4,5
7	4	16	9
8	3	17	6
9	0,2	18	$14\frac{7}{24}$

№	Ответ	№	Ответ
19	$\frac{1}{24}$	26	$\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$
20	$2\frac{2}{3}$	27	$2\pi$
21	4	28	$\pi$
22	$10\frac{5}{12}$	29	$F(1) > F(2)$
23	4,5	30	$\frac{(x+3)^{32}}{34} - 4\frac{(x+3)^{33}}{33} + C, C \in R$
24	16	31	$\frac{(x-7)^{2007}}{2007} + \frac{6(x-7)^{2006}}{1003}$
25	$2\pi$		

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1		Вариант 2	
№	Ответ	№	Ответ
1	1	1	1
2	3	2	4
3	14	3	9
4	7	4	5
5	3	5	1
6	-7	6	9
7	2	7	2
8	-2	8	64
9	36	9	32
10	45	10	45

## 4. ГЕОМЕТРИЯ

### 4.1. Планиметрия

№	Ответ	№	Ответ
1	10	31	6
2	16	32	4
3	16	33	7
4	25	34	12
5	3	35	8
6	13	36	72
7	168	37	480
8	80	38	15
9	9,6	39	10
10	1,5	40	10,625
11	16	41	8,125
12	19,2	42	5
13	5	43	13
14	13,5	44	16
15	4,8	45	9
16	5	46	20
17	0,6	47	120
18	0,8	48	30
19	0,75	49	4
20	2,4	50	13
21	42	51	510
22	8	52	12
23	0,6	53	4
24	-0,8	54	28
25	-2,4	55	170
26	2	56	24
27	3	57	12
28	14	58	25
29	14	59	15
30	3,6	60	9

№	Ответ	№	Ответ
61	6,5	67	$\frac{4}{13}$
62	2,2	68	25; 100; 400
63	60	69	$2 \pm \sqrt{3}$
64	2	70	2; 14
65	8	71	$2\sqrt{21}$ ; 6
66	$\frac{3}{8}$		

#### 4.2. Стереометрия

№	Ответ	№	Ответ
1	6	25	64
2	12	26	16
3	16	27	32
4	48	28	48
5	8	29	192
6	216	30	10
7	8	31	6
8	16	32	1
9	12	33	16
10	2	34	4
11	2	35	30
12	3	36	204; 214
13	60	37	264; 268
14	90	38	168; 238
15	4	39	12
16	45	40	8
17	60	41	6
18	10	42	8
19	6	43	10
20	4	44	12
21	108	45	1
22	108	46	3
23	9	47	2
24	16	48	8

№	Ответ	№	Ответ
49	6	72	140
50	12	73	140
51	18	74	45
52	24	75	$\text{arctg}2$
53	$\text{arcctg}\frac{2\sqrt{2}}{3}$	76	45
54	$\frac{\pi}{3}$	77	$\text{arctg}2$
55	$\text{arcctg}\frac{2\sqrt{3}}{3}$	78	$\text{arcctg}\frac{\sqrt{3}}{2}$
56	$\text{arcctg}\frac{\sqrt{13}}{2}$	79	$\frac{\pi}{3}$
57	$\text{arcsin}\sqrt{\frac{3}{13}}$	80	16
58	$\text{arctg}1,5$	81	768
59	$\frac{\pi}{3}$	82	$\frac{33\sqrt{5}}{4}$
60	$\frac{\pi}{3}$	83	126
61	$2\sqrt{13}$	84	$\frac{16\sqrt{6}}{3}$
62	$4\sqrt{3}$	85	$400\sqrt{3}$
63	$2\sqrt{13}$	86	1000
64	$4\sqrt{3}$	87	3
65	$2\sqrt{3}$	88	$72\sqrt{3}$
66	$2\sqrt{2}$	89	$8\sqrt{2}$
67	$4\sqrt{3}$	90	$16\pi$
68	$4\sqrt{51}$	91	$64\pi$
69	$\text{arcctg}4$	92	$12\pi$
70	$2\sqrt{3}$	93	$24\pi$
71	45	94	$12\pi$
		95	$32\pi$

## 5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

### 1.

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
$4 - i$	$4 - i$	$-2 - 3i$	$2 + 3i$	$5 - 5i$	$5 - 5i$	$-3 - 4i$
8)	9)	10)	11)	12)	13)	14)
$8 + 6i$	$1 + 2i$	$3 - i$	5	10	$0,1 - 0,7i$	$0,2 + 1,4i$

### 2.

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
$7 - 2i$	$2 - 3i$	$-3 - 4i$	$3 + 4i$	$13 - 13i$	$13 - 13i$	$-5 - 12i$
8)	9)	10)	11)	12)	13)	14)
$24 + 10i$	$2 + 3i$	$5 - i$	13	26	$\frac{1}{2} - \frac{17}{26}i$	$\frac{7}{13} - \frac{17}{13}i$

№	Ответ
3	окружность с центром в точке (0; 0) и радиусом 5
4	окружность с центром в точке (-3; 0) и радиусом 4
5	окружность с центром в точке (3; 4) и радиусом 2
6	прямая $y = -\frac{4}{3}x + 3$ — серединный перпендикуляр к отрезку $AB$ ( $A(-3; -1)$ , $B(3; 7)$ )
7	точка с координатами (0; 3) — центр окружности, описанной около треугольника $ABC$ ( $A(-3; -1)$ , $B(3; 7)$ , $C(3; 1)$ )
8	точка с координатами (0; 3) — центр окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$ ( $A(-3; -1)$ , $B(3; 7)$ , $C(3; 1)$ , $D(-3; 7)$ )
9	наименьшее значение $ z $ равно 1, наибольшее значение $ z $ равно 7
10	наименьшее значение $ z $ равно 4
11	наименьшее значение $ z $ равно 1,8



## Раздел II

### 1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

№	Ответ	№	Ответ
1	-3	24	4
2	16	25	2
3	-1	26	6
4	5	27	-4
5	4	28	8
6	-0,5	29	1,5
7	0	30	20
8	3	31	7
9	0	32	14
10	-4	33	8
11	0,25	34	4
12	4	35	7
13	6	36	-1
14	20	37	0
15	6	38	1
16	0	39	5
17	1	40	-1
18	0,2	41	2
19	17	42	-0,5
20	-4	43	-6
21	4	44	2
22	4	45	6
23	2	46	0

№	Ответ	№	Ответ
47	0	59	6
48	2	60	[3; 1,5)
49	3	61	(-7; -1]; {2}
50	6	62	[-6; -1], [1; 2)
51	0	63	(0,5; 1)
52	6	64	$(-\infty; -1,5], \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
53	7	65	4
54	3	66	5
55	2	67	3
56	3	68	3
57	12	69	3
58	8	70	2

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ

№	Ответ	№	Ответ
1	6	9	25
2	0,5	10	26
3	-1	11	-1
4	-10	12	-2
5	-33	13	-33
6	-32	14	25
7	-59	15	25
8	-58	16	0,04

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
17	24	42	17,5
18	3	43	8,75
19	0	44	3
20	4	45	-4
21	-3	46	2
22	-2	47	-2
23	7	48	2,5
24	5	49	-0,5
25	4	50	4
26	7	51	-4
27	6	52	9
28	-1	53	8
29	-8	54	5
30	-7	55	8
31	11	56	2
32	1	57	3
33	7	58	2
34	3	59	7
35	1	60	2
36	4	61	5
37	7	62	6
38	7	63	2
39	11	64	-1
40	3	65	2
41	1	66	3

№	Ответ	№	Ответ
67	1	78	$[-3; 0) \cup (0; \pi) \cup (\pi; 3,2]$
68	-8	79	$\left[-4; \frac{-\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; 1,6\right]$
69	72	80	$[\log_{0,5} 6; -2]$
70	8,4	81	$(-\infty; 1]$
71	4,4	82	$\left[\frac{1}{64}; \frac{1}{8}\right]$
72	0	83	$[1; 3]$
73	0	84	$(3; +\infty)$
74	5	85	$(0; 2]$
75	3	86	$a = -3$
76	5	87	$a = -8$
77	3		

### 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

№	Ответ	№	Ответ
1а	35	4	15
1б	2	5	16
1в	300	6	19
1г	7	7	168
1д	5	8	15 000
1е	6	9	25
2	80	10	10 100
3	96	11	2600

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
12	100	28	660
13	2,5	29	16
14	82	30	32
15	15	31	9,2
16	6	32	600
17	15	33	12
18	6	34	306,04
19	36	35	12 500
20	12	36	10,25
21	100	37	105 300
22	2	38	2240
23	720	39	358
24	54	40	9
25	60,9	41	1500
26	5000	42	5
27	200	43	90

#### **4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ**

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
1	7	7	-360
2	6	8	9
3	2	9	256
4	-2	10	208
5	4,5	11	7
6	270	12	7

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
13	1	36	5
14	5	37	25
15	100	38	-9
16	16	39	4
17	55	40	2,5
18	10	41	2
19	12	42	3
20	4	43	-4
21	441	44	-4
22	5	45	2
23	6	46	101
24	2	47	7,25
25	-0,25	48	3
26	4	49	4
27	16	50	2
28	0,5	51	9
29	-1	52	-13
30	0,25	53	-11
31	0	54	$\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{11}\right) \cup \left(\frac{1}{11}; \frac{1}{3}\right)$
32	90	55	$\pi k, k \in Z$
33	-270	56	$32; \frac{1}{32}$
34	1,75	57	$1; \log_6 2$
35	5	58	$1; 81$

№	Ответ	№	Ответ
59	0,75	66	Решений нет
60	3	67	[0,25; 32]
61	$+\sqrt{3}; \pm\sqrt{10}$	68	$\left[-\frac{8}{27}; 125\right]$
62	$[-3; -2] \cup [2; 3]$	69	$[2; +\infty)$
63	Решений нет	70	$(6,8; +\infty)$
64	[4; 16]	71	$(8; +\infty)$
65	$9; \frac{1}{27}$	72	$[5; +\infty)$
73	$[-\sqrt{17}; -4) \cup (4; \sqrt{17}] \cup [5; +\infty)$		
74	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$		
75	$[-\sqrt{17}; -4) \cup (4; \sqrt{17}] \cup [5; +\infty)$		

### 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

№	Ответ	№	Ответ
1	9; 7; 5	8	72
2	20	9	648
3	10	10	0,5
4	24	11	0,25
5	12	12	0,1
6	24	13	0,1; 0,7
7	81	14	0,8

<b>№</b>	<b>Ответ</b>	<b>№</b>	<b>Ответ</b>
<b>15</b>	<b>0,4</b>	<b>28</b>	<b>0,7</b>
<b>16</b>	<b>0,3</b>	<b>29</b>	<b>0,6</b>
<b>17</b>	<b>0,2</b>	<b>30</b>	<b>0,94; 0,38; 0,56</b>
<b>18</b>	<b>0,5</b>	<b>31</b>	<b>0,928; 0,168</b>
<b>19</b>	<b>0,5</b>	<b>32</b>	<b>10 000</b>
<b>20</b>	<b>0,25</b>	<b>33</b>	<b>9000</b>
<b>21</b>	<b>0,75</b>	<b>34</b>	<b>3; 13,8; 14; 15</b>
<b>22</b>	<b>0,125; 0,375</b>	<b>35</b>	<b>70; 45; 45; 20</b>
<b>23</b>	<b>0,75</b>	<b>36</b>	<b>2; 15</b>
<b>24</b>	<b>0,75</b>	<b>37</b>	<b>19</b>
<b>25</b>	<b>0,4</b>	<b>38</b>	<b>265</b>
<b>26</b>	<b>0,6</b>	<b>39</b>	<b>20; 21</b>
<b>27</b>	<b>0,2</b>	<b>40</b>	<b>-2</b>



## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i> .....	3
<b>I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)</b> .....	4
1. ТРИГОНОМЕТРИЯ .....	4
1.1. Преобразования тригонометрических выражений .....	4
1.2. Тригонометрические функции .....	9
1.3. Тригонометрические уравнения .....	15
<i>Контрольная работа № 1</i> .....	24
2. АЛГЕБРА .....	27
2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений .....	27
2.2. Иррациональные уравнения .....	35
<i>Контрольная работа № 2</i> .....	42
2.3. Преобразования логарифмических выражений .....	45
2.4. Логарифмические уравнения и неравенства .....	51
<i>Контрольная работа № 3</i> .....	60
2.5. Показательные уравнения и неравенства .....	63
<i>Контрольная работа № 4</i> .....	69
3. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА .....	72
3.1. Производная функции .....	72
3.2. Первообразная функции .....	83
<i>Контрольная работа № 5</i> .....	87
4. ГЕОМЕТРИЯ .....	90
4.1. Планиметрия .....	90
4.2. Стереометрия .....	99
5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА .....	112
<b>II. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ (5—11 классы)</b> .....	114
1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА .....	114
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ МЕТОДАМИ .....	122
3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ .....	133
4. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ .....	140
5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ .....	148
<b>III. УКАЗАНИЯ К ЗАДАНИЯМ ЧАСТИ 2</b> .....	154
<b>IV. ОТВЕТЫ</b> .....	179

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА  
К ЕГЭ**

**ЕГЭ**  
**2022**



**УСПЕХ НА ЕГЭ ГАРАНТИРОВАН!**

**НАСТОЯЩЕЕ ИЗДАНИЕ СОДЕРЖИТ:**

- задания базового и профильного уровней сложности;
- ответы ко всем заданиям;
- решения сложных заданий.

**МАТЕМАТИКА**

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ  
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Аналогичные учебные пособия выходят по основным предметам: русскому языку, литературе, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии, информатике и английскому языку.

Для комплексной подготовки к ЕГЭ выходят серии:

- Тренировочные варианты
- Тематические тренировочные задания
- Сборник заданий
- Универсальный справочник

